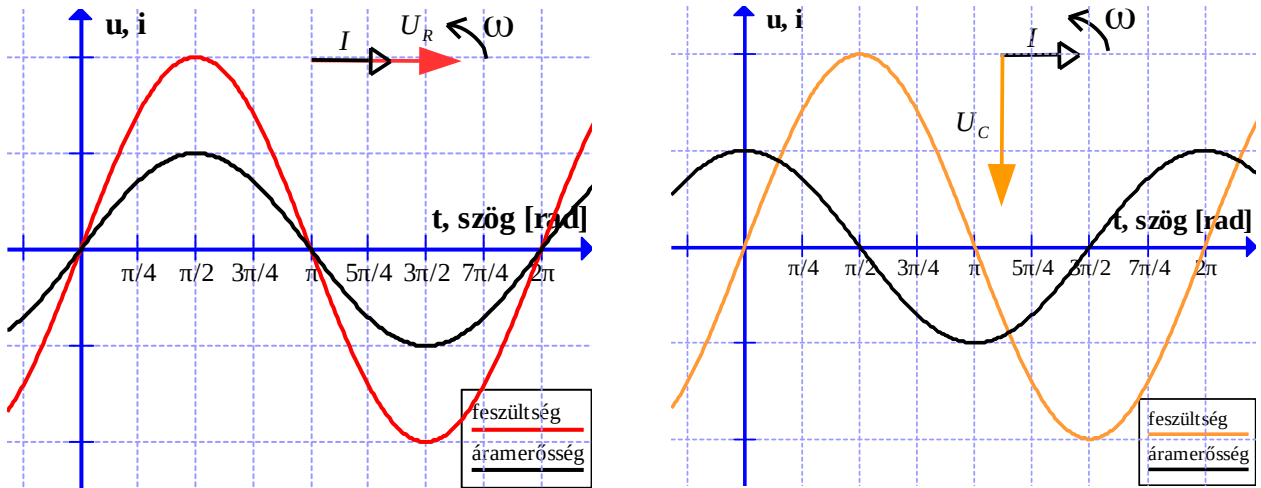
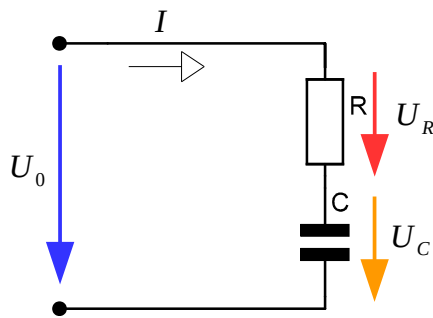


A soros RC-kör

Az átmeneti jelenségek vizsgálatakor – soros RC-körben – egyértelművé vált, hogy a kondenzátoron a feszültség késik az áramhoz képest. Váltakozóáramú körökben ez a késés, pontosan 90 fok. Ezt figyelhetjük meg az 1. ábrán. A valós terhelésen a feszültség és az áramerősség azonos fázisú. Lényegében viszonyítás kérdése, de lássuk meg, hogy a valós terhelésen (ellenálláson) eső feszültséghez képest a kondenzátoron 90° -ot késik a feszültség.

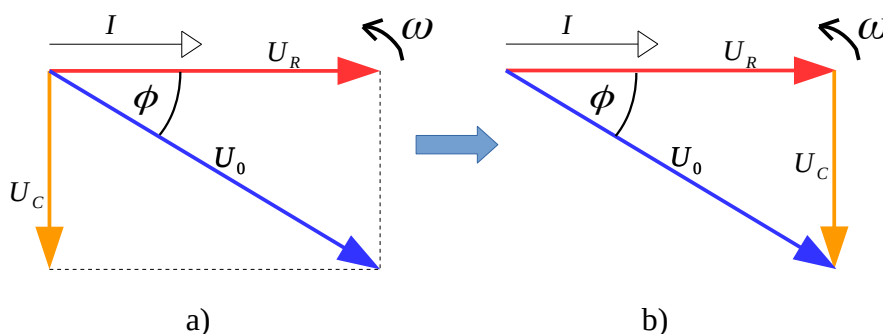


1. ábra Feszültség és áramviszonyok az ellenálláson, illetve a kondenzátoron



2. ábra a soros RC-kör kapcsolási rajza

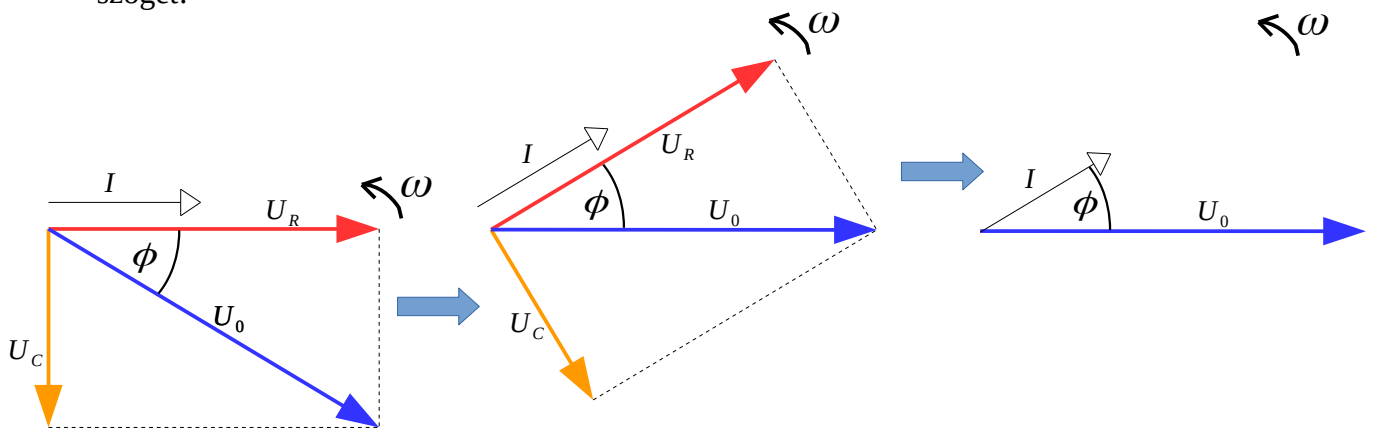
Tekintettel arra, hogy soros körről van szó, megállapítható, hogy közös az áram. Noha a soros egyenáramú köröknél megtanultuk, hogy Kirchhoff II. törvénye (huroktörvény) szerint a részfeszültségek összege egyenlő a forrás feszültségével, itt ez nem járható számítási mód, a valós ellenálláson és a reaktancián eső feszültségek által bezárt szög miatt. Tehát a Pitagorasz-tétel alkalmazása válik szükségessé. A 3. ábrán követhetjük nyomon a soros RC-kör feszültségviszonyait. A kapacitás és a valós ellenállás feszültségének vektoriális összege adja a soros RC-kört tápláló forrás feszültségét (komplex feszültség). Mint említettük, a Pitagorasz-tétel alkalmazása eme helyen kap aktualitást. Egy egyszerű eltolással a (U_C) a 3. b) ábra szerinti háromszöget kapva a művelet egyértelműen elvégezhető: $|U_0| = \sqrt{U_R^2 + U_C^2}$.



3. ábra

A feszültség-fázorábra elkészítése

- Soros kapcsolásról beszélünk, vagyis közös az áram. Rajzoljuk fel vízszintesen a kör egyetlen közös mennyiségének – az áramnak – a fázorát (I).
- Jelöljük a fázor forgásirányát!
- Az ellenálláson a feszültség mindig azonos fázisú, ennek megfelelően rajzoljuk fel a fázort (U_R)!
- A kondenzátoron a feszültség (U_C) pontosan 90° -ot késik az áramhoz képest. Ennek megfelelően vegyük fel a fázorát!
- Vektoriálisan összegezzük a kondenzátor és az ellenállás feszültség-fázorát, mely által megkapjuk a soros RC-kört tápláló generátor feszültség-fázorát (U_0)!
- A (ϕ) szög a kör áramának és a forrás feszültségének fázora között értelmezett. Jelöljük be a (ϕ)-szöget!

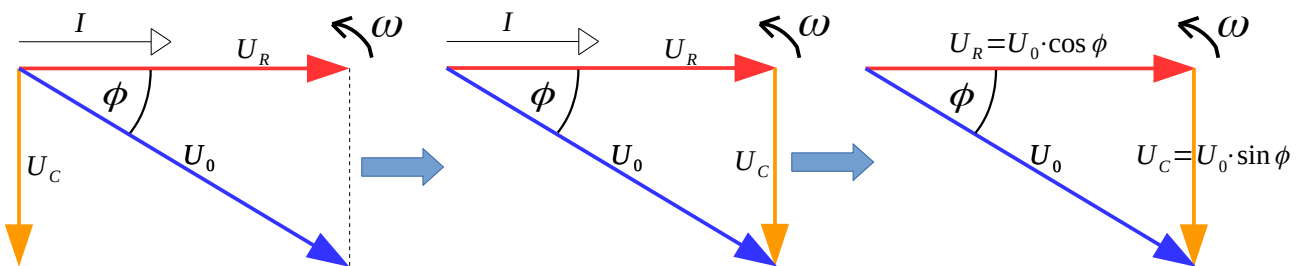


4. ábra

A 4. ábra szerinti elrendezésben a következőkre lehetünk figyelmesek:

- A forrás feszültsége a két feszültség-komponens vektoriális összege;
- A (ϕ) szög a forrás feszültsége és a hálózat által „igényelt” áramerősség fázora között értelmezett;
- Az ellenálláson eső feszültség és a rajta átfolyó áramerősség mindig azonos fázisú, így a fázoraik azonos irányúak. Mindebből az következik, hogy a (ϕ) szög a forrás, valamint az ellenállás feszültségének fázora között is értelmezhető;
- Ha az impedancia kapacitív jellegű, akkor a forrás feszültségéhez képest az áram siet!

A 2. b) ábra szerinti eltolással kapott ábrában egy háromszöget kaptunk. A háromszög két befogója az U_R és az U_C feszültségkomponens, az átfogó pedig az U_0 forrásfeszültség. Trigonometriai ismereteinket felelevenítve (4. ábra) belátható, hogy az U_R fázor az U_0 fázor koszinuszos vetülete: $U_R = U_0 \cdot \cos \phi$, az U_C fázor pedig a szinuszos vetülete: $U_C = U_0 \cdot \sin \phi$.



5. ábra

Az impedancia-fázorábra elkészítése

Ohm törvénye alapján tudjuk, hogy az ellenállás úgy számítható ki, hogy a kétpóluson eső feszültséget elosztjuk a rajta átfolyó áramerősséggel. Ez igaz valós ellenállás esetén. Hasonlóan számítható a kapacitás látszólagos ellenállása is, vagyis a reaktanciája.

Ismételjünk néhány vonatkozó fogalmat!

- ellenállás: az impedancia valós része: $R = \frac{U_R}{I}$;
- a kondenzátor kapacitív látszólagos ellenállása: kapacitív reaktancia, kapacitancia, az impedancia kapacitív képzetes része: $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{U_C}{I}$;
- impedancia: komplex ellenállás, amely valós ellenállásból és látszólagos ellenállásból tevődik össze. Mivel az impedancia képzetes és valós része nem azonos fázisú (90° -os szöget zárnak be), ezért az impedancia kiszámítása a Pitagorasz-tétel segítségével lehetséges: $|Z| = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \frac{U_0}{I}$

Tanulmányaink folyamán láttuk, hogy mind a kapacitív, reaktancia frekvenciafüggő.

Kapacitív reaktancia: $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$, valamint frekvenciafüggése: $X_C \sim \frac{1}{f}$.

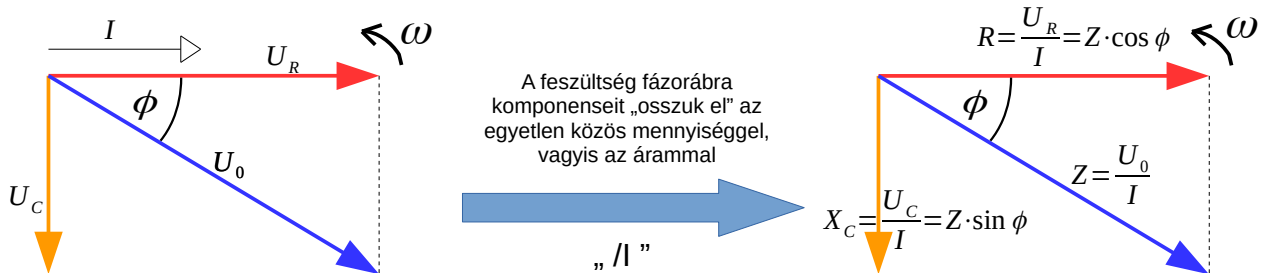
ha ω nő, akkor az $\frac{1}{\omega C}$, vagyis X_C csökken

Amennyiben tehát egy adott soros RC-kapcsolás esetén változtatjuk a frekvenciát (f, ω), úgy a kapacitív reaktancia értéke is változik, akkor is, ha a forrás feszültségét (U_0) nem változtattuk. Ha a kapacitív reaktancia (X_C) értéke változik, s vele együtt az impedancia (Z) értéke, az impedancia és a valós ellenállás által bezárt szög (ϕ), valamint a köráram (I) is változik. Ha csökkentjük a frekvenciát, akkor a kapacitív reaktancia megnő, vele együtt a (ϕ) szög és az impedancia is, az áram viszont csökken. Ha növeljük a frekvenciát, megfordul a helyzet: a kapacitív reaktancia értéke csökken, vele együtt a (ϕ) szög és az impedancia is, miközben a köráram megnő. Amennyiben a feszültség fázorábra valamennyi komponensét elosztjuk a soros RC-kör egyetlen közös mennyiségével (vagyis az árammal), akkor az impedancia komponenseket kapjuk eredményül. Lássuk meg, hogy az eredményül kapott impedancia-fázorábra a feszültség-fázorábrával arányos. Az impedancia koszinuszos vetülete az ellenállás, a szinuszos vetülete pedig a kapacitív reaktancia.

$R = \frac{U_R}{I}$; $X_C = \frac{U_C}{I}$; $|Z| = \frac{U_0}{I}$.

$|U_0| = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} \Rightarrow / I \Rightarrow |Z| = \sqrt{R^2 + X_C^2}$

$R = |Z| \cdot \cos \phi$ és $X_C = |Z| \cdot \sin \phi$



6. ábra Az impedancia-fázorábra származtatása

A teljesítmény-fázorábra elkészítése

Egyenáramú körök esetén megtanultuk, hogy egy valós terhelésen (ellenállás) hővé alakuló teljesítmény az ellenállás kapcsain mérhető feszültség, valamint a rajta átfolyó áramerősség szorzataként számítható. Hővé alakuló teljesítmény (valós) jön létre az ellenálláson váltakozó áramú körben is, ám ilyenkor a pillanatnyi teljesítményt, csúcsteljesítményt, valamint effektív teljesítményt értelmezünk. Valós teljesítmény csak valós (ohmos, rezisztív) ellenálláson tud létrejönni, amely kétpóluson eső feszültség és a rajta átfolyó áramerősség azonos fázisú.

Egyenáramú teljesítmény: $P = U_R \cdot I_R$

Váltakozó áramú teljesítmény:

Pillanatnyi teljesítmény: $p = u_R \cdot i_R$

Csúcsteljesítmény: $\hat{P} = \hat{U} \cdot \hat{I}$

Effektív teljesítmény: $P_{eff} = \frac{\hat{P}}{2} = \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} = U_{eff} \cdot I_{eff}$

A kapacitív reaktancia áramához képest a feszültsége pontosan 90° -ot késik. A 7. ábrán látható, hogy ebben az esetben negyed periódusig azonos, negyed periódusig pedig ellentétes előjelű a feszültség és az áramerősség. Ennek megfelelően negyed periódusig teljesítményt vesz fel a hálózathoz, mely teljesítményt a következő negyed periódusban leadja. Lényegében teljes periódusra vonatkoztatva elmondható, hogy a kapacitív reaktancia teljesítménye nulla, tehát nincs hatásos teljesítmény ($\sum P = 0$)

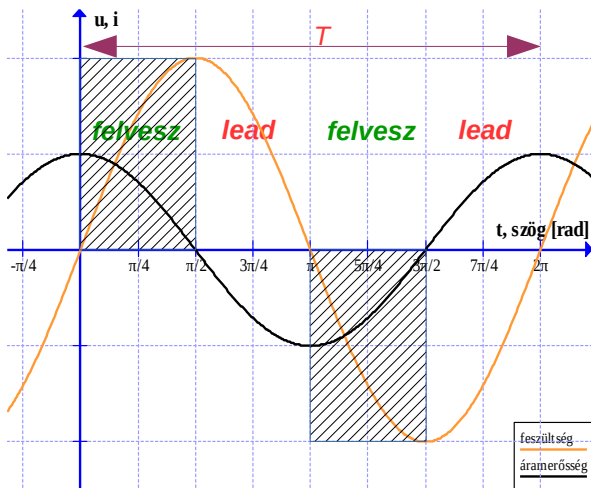
- 1. negyed periódus: $P_{(1)} = U \cdot I = (+) \cdot (+) = (+) \Rightarrow$ felvesz
- 2. negyed periódus: $P_{(2)} = U \cdot I = (+) \cdot (-) = (-) \Rightarrow$ lead
- 3. negyed periódus: $P_{(3)} = U \cdot I = (-) \cdot (-) = (+) \Rightarrow$ felvesz
- 4. negyed periódus: $P_{(4)} = U \cdot I = (-) \cdot (+) = (-) \Rightarrow$ lead

ahol: $|P_{(1)}| = |P_{(2)}|$ és $|P_{(3)}| = |P_{(4)}|$;
 $P_{(1)} = P_{(3)}$ és $P_{(2)} = P_{(4)}$.

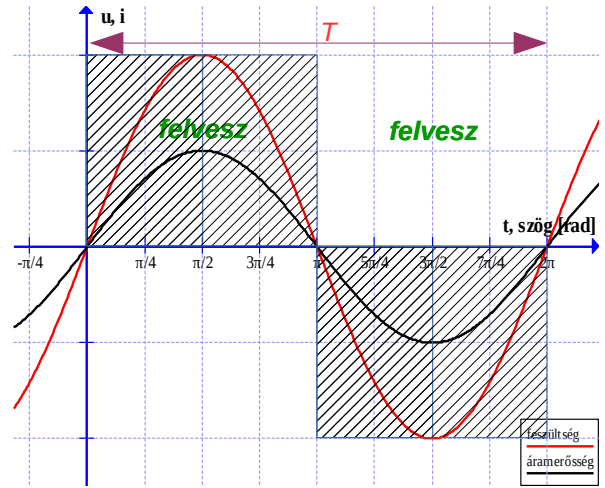
Mindebből következik, hogy:
 $\sum P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 0$

Látszólag: $P = U \cdot I$

Valójában: $P = 0$



7. ábra A kapacitív reaktancia teljesítménye



8. ábra Az ellenállás teljesítménye

Lássuk meg: a kondenzátoron (mint reaktancián) eső feszültség és a rajta átfolyó áram szorzata tehát nem ad valós teljesítményt (7. ábra)! Ez a teljesítmény az úgynevezett meddő teljesítmény: $Q = U_C \cdot I$ [VAR] .

Emellett jól megfigyelhető a 8. ábrán, hogy az ellenálláson bármely félperiódus esetén a teljesítményszorzat pozitív értékű, tehát a rezisztív (ohmos) terheléseken mindig valós, más néven hatásos (hővé, fényvé, mozgási energiává alakuló) a teljesítmény:

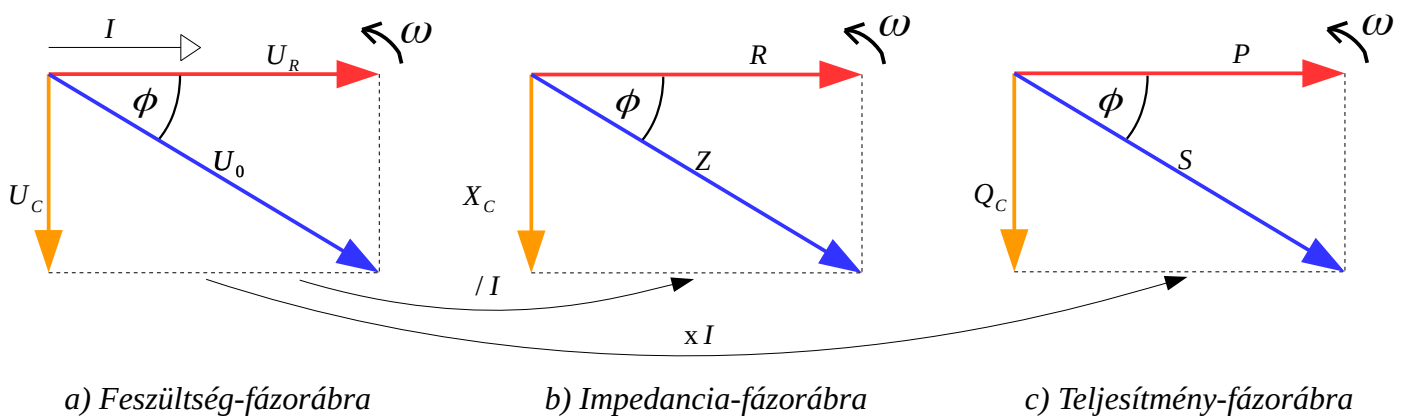
- 1. félperiódus: $P_{(1)} = U \cdot I = (+) \cdot (+) = (+) \Rightarrow$ felvesz;
- 2. félperiódus: $P_{(2)} = U \cdot I = (-) \cdot (-) = (+) \Rightarrow$ felvesz.

Amennyiben a feszültség-fázorábra valamennyi komponensét megszorozzuk a soros RC-kör egyetlen közös mennyiségével (vagyis az árammal), akkor a kör teljesítménykomponenseit kapjuk eredményül. Megfigyelhető, hogy az eredményül kapott teljesítmény-fázorábra a feszültség-fázorábrával arányos. A kapacitív reaktancia meddő teljesítményének, valamint az ellenállás valós teljesítményének vektoriális összege a hálózathoz felvett komplex teljesítmény, vagyis a látszólagos teljesítmény. Mindezek tükrében az is belátható, hogy a komplex teljesítmény (látszólagos teljesítmény, S) koszinuszos vetülete az ellenálláson létrejövő valós, vagyis a hatásos teljesítmény (P), a szinuszos pedig a kapacitív reaktancia meddő teljesítménye.

$$P = U_R \cdot I \text{ [W]}; \quad Q_C = U_C \cdot I \text{ [VAr]}; \quad S = U_0 \cdot I \text{ [VA]}. \quad |U_0| = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} \Rightarrow |I| \Rightarrow |Z| = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$P = |S| \cdot \cos \phi \text{ és } Q_C = |S| \cdot \sin \phi$$

Összegezzünk minden eddig megismert adatot!



9. ábra A soros RC-kör fázorábrái

Forrásfeszültség (komplex fesz.): $U_0 = \sqrt{U_R^2 + U_C^2}$	Impedancia (komplex ellenállás): $ Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$	A látszólagos teljesítmény (komplex teljesítmény): $ S = \sqrt{P^2 + Q_C^2}$
Az ellenálláson eső feszültség: $U_R = U_0 \cdot \cos \phi$	Az ellenállás: $R = Z \cdot \cos \phi$	A valós teljesítmény: $P = S \cdot \cos \phi$
Fázistényező: $\cos \phi = \frac{U_R}{ U_0 }$	Fázistényező: $\cos \phi = \frac{R}{ Z }$	Fázistényező: $\cos \phi = \frac{P}{ S }$
A valós feszültség (valamint áram) és a forrásfeszültség által bezárt szög: $ \phi = \arccos \frac{U_R}{ U_0 }$	A valós ellenállás és az impedancia által bezárt szög: $ \phi = \arccos \frac{R}{ Z }$	A valós teljesítmény és a látszólagos teljesítmény által bezárt szög: $ \phi = \arccos \frac{P}{ S }$
A kondenzátoron eső feszültség: $U_C = U_0 \cdot \sin \phi$	A kapacitív reaktancia (kapacitív látszólagos ellenállás, kapacitancia): $X_C = Z \cdot \sin \phi$	A meddő teljesítmény: $Q_C = S \cdot \sin \phi$

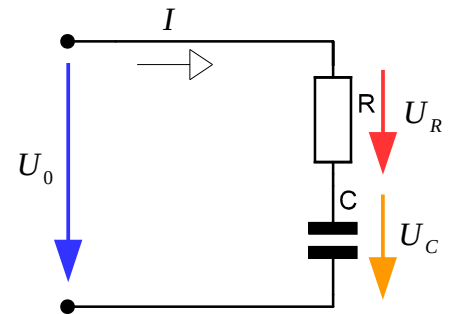
1. táblázat

Nézzünk egy számpéldát!

Állítsunk össze egy soros RC-kört, a következő értékek és adatok mellett!

$$R=1\text{ k}\Omega ; C=1\mu\text{ F} ; U_0=100\text{ V} ;$$

$$f_1=50\frac{1}{\text{s}}=50\text{ Hz} ; f_2=100\frac{1}{\text{s}}=100\text{ Hz}$$



10. ábra

Készítsük el a feszültség-, az impedancia-, valamint a teljesítmény fázorábrát két különböző frekvenciájú forrás esetén! Eme feladat kidolgozása során képet kaphatunk arról, hogy állandó feszültség mellett, ámde különböző frekvenciákon hogyan változnak a feszültségek, az ellenállások, a teljesítmények, s vele együtt a fázisszög. Mindemellett legyünk figyelemmel arra a tényre, hogy számításaink alkalmával a kapott szög csak az abszolút értéke a tényleges eredménynek. Ha a komplex mennyiségek helyzetét vizsgáljuk a valós mennyiségekhez képest, akkor a forgásirányt figyelembe véve látható, hogy a komplex mennyiség a valós mennyiséghez képest késik, így a szögérték negatív (lásd 9. ábra, R-Z, U_R-U_0 , P-S viszonya)!

Eredmények 50Hz esetén

A kondenzátor kapacitív látszólagos ellenállása:

$$X_{C50} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot 1\mu\text{ F}} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot 10^{-6} \frac{\text{As}}{\text{V}}} = \frac{10^6}{100\pi} \frac{\text{V}}{\text{A}} = \frac{10^4}{\pi} \frac{\text{V}}{\text{A}} = 3183,01\Omega$$

Az impedancia: $Z_{50} = \sqrt{R^2 + X_{C50}^2} = \sqrt{1000\Omega^2 + 3183,01\Omega^2} = 3336,4\Omega$

Az áramerősség: $|I_{50}| = \frac{U_0}{Z_{50}} = \frac{100\text{ V}}{3336,4\Omega} = 30\text{ mA}$

A kondenzátoron eső feszültség: $U_{C50} = X_{C50} \cdot I_{50} = 3183,01\Omega \cdot 30\text{ mA} = 95,5\text{ V}$

Az ellenálláson eső feszültség: $U_{R50} = R \cdot I_{50} = 1000\Omega \cdot 30\text{ mA} = 30\text{ V}$

A forrásfeszültség ellenőrzése: $U_0 = \sqrt{U_R^2 + U_{C50}^2} = \sqrt{(95,5\text{ V})^2 + (30\text{ V})^2} = 100\text{ V}$

A kondenzátor meddő teljesítménye: $Q_{C50} = U_{C50} \cdot I_{50} = 95,5\text{ V} \cdot 30\text{ mA} = 2,865\text{ VAR}$

Az ellenállás hatásos teljesítménye: $P_{50} = U_{R50} \cdot I_{50} = 30\text{ V} \cdot 30\text{ mA} = 0,9\text{ W}$

A látszólagos teljesítmény: $|S_{50}| = \sqrt{P_{50}^2 + Q_{C50}^2} = \sqrt{0,9\text{ W}^2 + 2,865\text{ var}^2} = 3\text{ VA}$

$$|S_{50}| = U_0 \cdot I_{50} = 100\text{ V} \cdot 30\text{ mA} = 3\text{ VA}$$

A $\cos\phi$ (a feszültség-fázorábrából): $\cos\phi_{50} = \frac{U_R}{U_0} = \frac{30\text{ V}}{100\text{ V}} = \frac{R}{|Z_{50}|} = \frac{1000\Omega}{3336,4\Omega} = \frac{P_{50}}{|S_{50}|} = \frac{0,9\text{ W}}{3\text{ VA}} = 0,3$

A ϕ fázisszög (a feszültség-fázorábrából): $|\phi_{50}| = \arccos(0,3) = 72,54^\circ$

Eredmények 100Hz esetén

A kondenzátor kapacitív látszólagos ellenállása:

$$X_{C100} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \frac{1}{s} \cdot 1\mu F} = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \frac{1}{s} \cdot 10^{-6} \frac{As}{V}} = \frac{10^6}{200\pi} \frac{V}{A} = \frac{5000}{\pi} \frac{V}{A} \Omega = 1591,55 \Omega$$

Az impedancia: $|Z_{100}| = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{1000 \Omega^2 + 1591,55 \Omega^2} = 1879,64 \Omega$

Az áramerősség: $|I_{100}| = \frac{U_0}{Z} = \frac{100 V}{1879,64 \Omega} = 53,2 mA$

A kondenzátoron eső feszültség: $U_{C100} = X_{C100} \cdot I_{100} = 1591,55 \Omega \cdot 53,2 mA = 84,67 V$

Az ellenálláson eső feszültség: $U_R = R \cdot I_{100} = 1000 \Omega \cdot 53,2 mA = 53,2 V$

A forrásfeszültség ellenőrzése: $|U_0| = \sqrt{U_{R100}^2 + U_{C100}^2} = \sqrt{(84,67 V)^2 + (53,2 V)^2} = 100 V$

A kondenzátor meddő teljesítménye: $Q_{C100} = U_{C100} \cdot I_{100} = 84,67 V \cdot 53,2 mA = 4,49 VAR$

Az ellenállás hatásos teljesítménye: $P_{100} = U_{R100} \cdot I_{100} = 53,2 V \cdot 53,2 mA = 2,83 W$

A látszólagos teljesítmény: $|S_{100}| = \sqrt{P_{100}^2 + Q_{C100}^2} = \sqrt{2,83 W^2 + 4,49 var^2} = 5,32 VA$

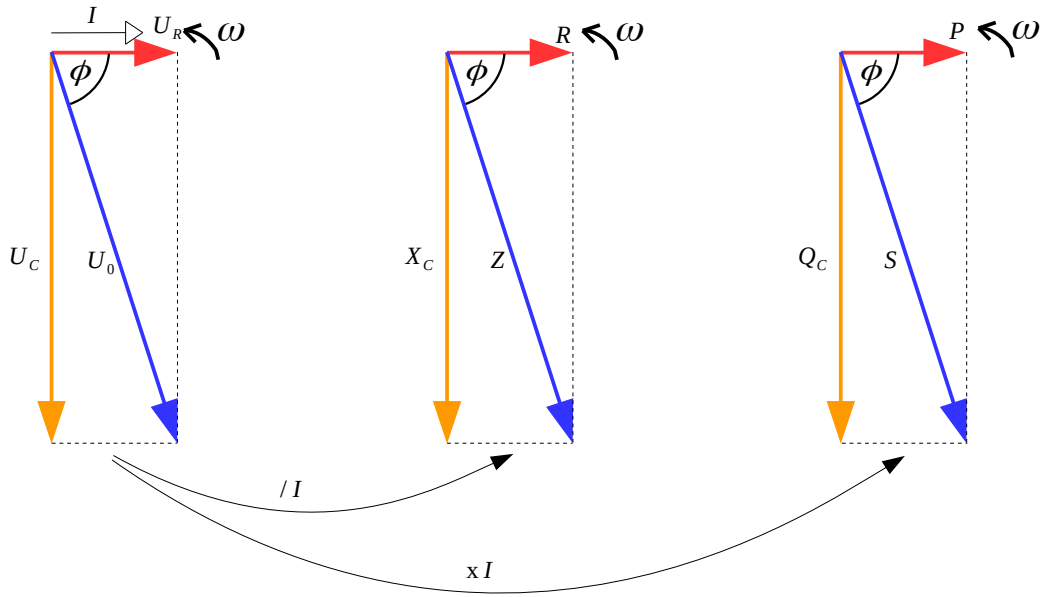
$$|S_{100}| = U_0 \cdot I_{100} = 100 V \cdot 53,2 mA = 5,32 VA$$

A $\cos \phi$, 100 Hz esetén: $\cos \phi_{100} = \frac{U_{R100}}{U_0} = \frac{53,2 V}{100 V} = \frac{R}{|Z_{100}|} = \frac{1000 \Omega}{1879,64 \Omega} = \frac{P_{100}}{|S_{100}|} = \frac{2,83 W}{5,32 VA} = 0,532$

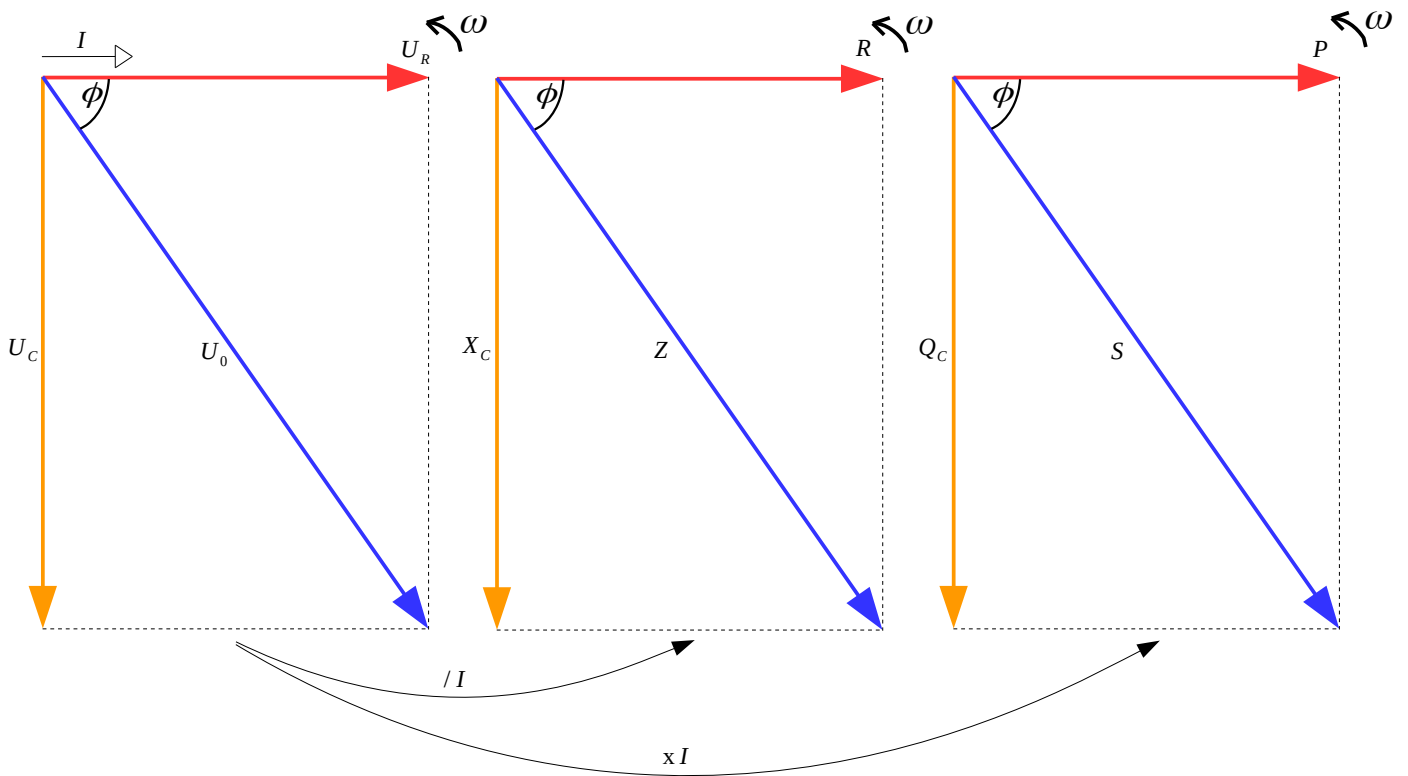
A ϕ fázisszög (a feszültség-fázorábrából), 100 Hz esetén, : $|\phi| = \arccos(0,3) = 72,54^\circ$

2. táblázat	50 Hz esetén	100 Hz esetén
Az ellenállás, R	1000 Ω	1000 Ω
A reaktancia, X_C	3183,01 Ω	1591,55 Ω
Az impedancia, Z	3336,04 Ω	1879,64 Ω
Az ellenállás feszültsége, U_R	30 V	53,2 V
A kondenzátor feszültsége, U_C	95,5 V	84,67 V
A forrás feszültsége, U_0	100 V	100 V
Az áramerősség, I	30 mA	53,2 mA
A hatásos teljesítmény, P	0,9 W	2,83 W
A meddő teljesítmény, X_C	2,865 VAR	4,49 VAR
A látszólagos teljesítmény, S	3 VA	5,32 VA
A fázistényező, $\cos \phi$	0,3	0,53
A fázisszög, ϕ	(-)72,54 ^o ¹	(-)57,86 ^o

1 A negatív előjel a késést jelöli



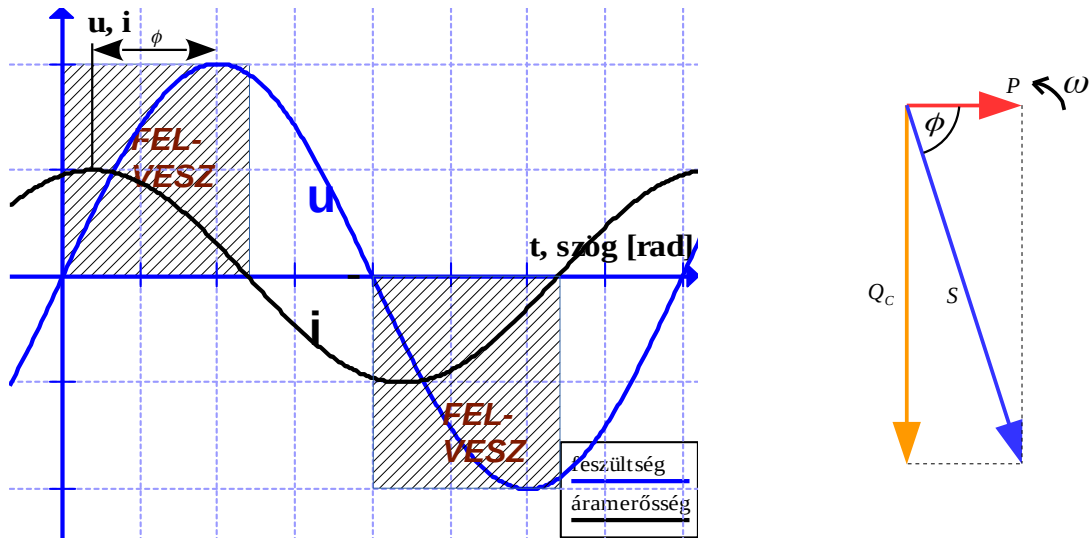
11. ábra A fázorábrák 50 Hz-es frekvenciájú forrás esetén (feszültség-, impedancia- és teljesítmény-)



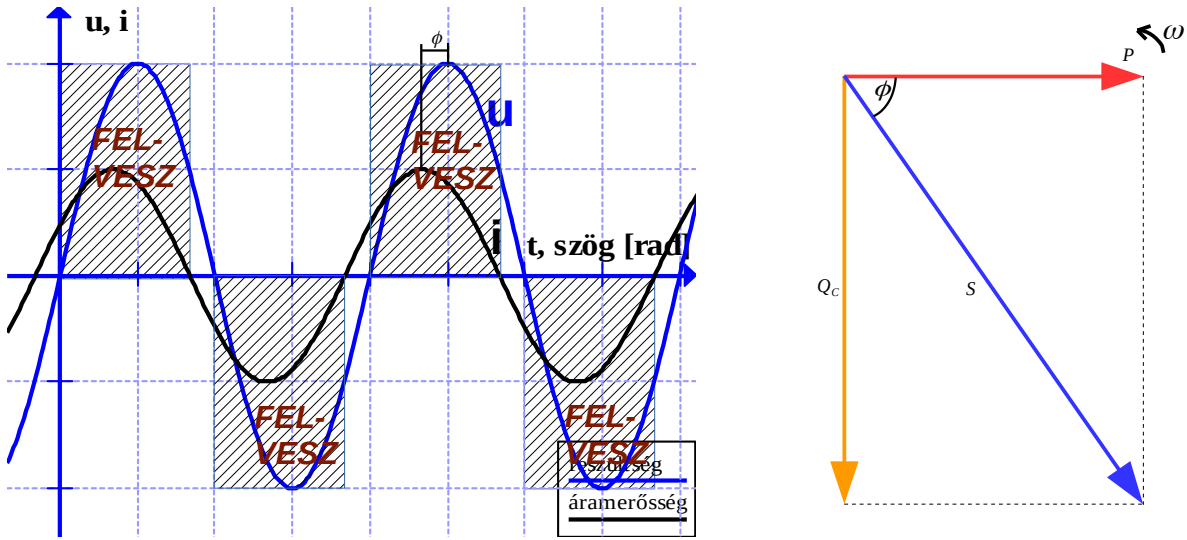
12. ábra A fázorábrák 100 Hz-es frekvenciájú forrás esetén (feszültség-, impedancia- és teljesítmény-)

A fázorábrákból megállapítható, hogy növekvő frekvencia esetén a kondenzátor reaktanciája csökken, a határos teljesítményhez képest arányaiban csökken a meddő teljesítmény, valamint a ϕ szög is. A $\cos \phi$ értéke nő, így az impedancia kevésbé kapacitív jellegű.

$$\uparrow f \Rightarrow \downarrow X_C \Rightarrow \uparrow P \text{ és } \downarrow Q_C \text{ és } \downarrow \phi \Rightarrow \text{a soros RC-kör impedanciája kevésbé kapacitív}$$



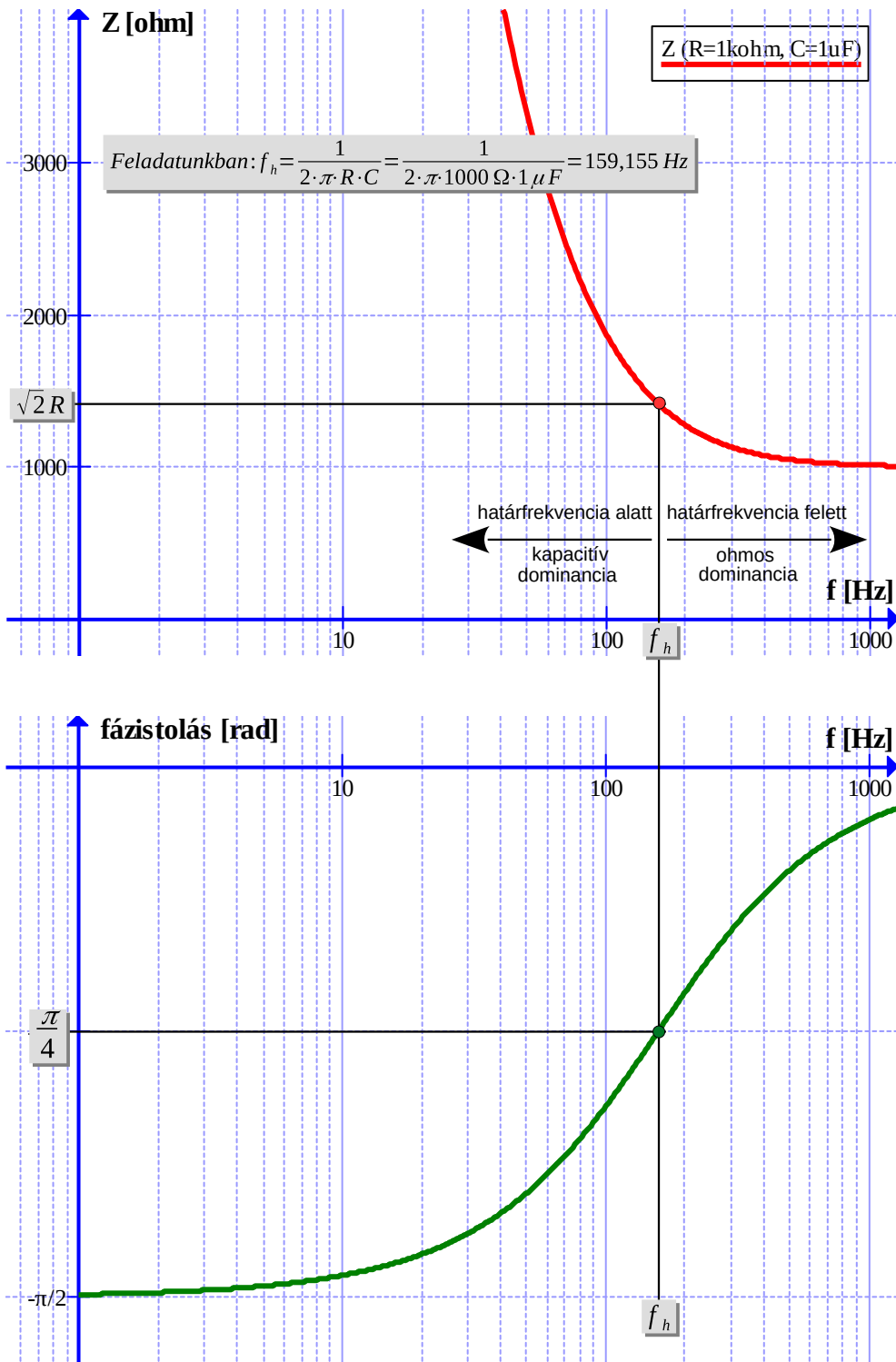
13. ábra A feladatban szereplő soros RC-kör áram- és feszültségviszonya, 50 Hz esetén ($U=100\text{ V}$, $I=30\text{ mA}$, $\phi=72,54^\circ$)



14. ábra A feladatban szereplő soros RC-kör áram- és feszültségviszonya, 100 Hz esetén ($U=100\text{ V}$, $I=53,2\text{ mA}$, $\phi=57,86^\circ$)

A 11. és 12. ábra tanúsága szerint, amennyiben nő a frekvencia, a csökkenő kapacitív reaktancia miatt a hatásos teljesítmény és a meddő teljesítmény aránya javul, a ϕ szög csökken, a $\cos\phi$ értéke nő. Ennek eredménye az, hogy a soros RC-kör, mint impedancia egyre kevésbé mutat kapacitív jelleget. A teljes periódusra vonatkoztatott hatásos (felvett) teljesítmény egyre nagyobb.

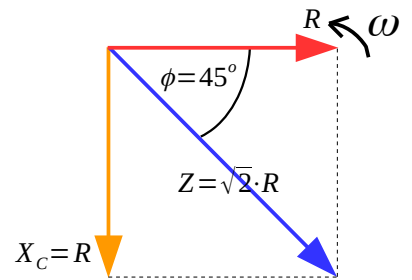
3. táblázat	Tisztán kapacitív terhelés	Kapacitív jellegű terhelés ($ X_c >0; R>0$)	Tisztán ohmos terhelés ($X_c=0; R>0$)
Fázistényező, $\cos\phi$:	0	$[0; 1]$	1
Fázisszög, $ \phi $:	-90	$[-90; 0]$	0
Teljesítmény:	$S=\sqrt{P^2+Q_C}$; $P=0$ $S=Q_C$	$S=\sqrt{P^2+Q_C}$	$S=\sqrt{P^2+Q_C}$; $Q_C=0$ $S=P$



A soros RC-kör impedanciáját a frekvencia-fázisszög, valamint frekvencia-impedancia karakterisztikájával is jellemezhetjük, melyekkel a fázisszög és az impedancia frekvenciafüggéséről kaphatunk képet. Ez fontos lehet az ilyen jellegű impedanciákból kialakított négyfólusok viselkedésének vizsgálatakor is.

Létezik egy nevezetes frekvencia, melyet határfrekvenciának nevezünk (f_h). A határfrekvencián az induktív reaktancia nagysága megegyezik az ellenállás értékével:

$$(f_h) \Rightarrow |X_C| = R.$$



16. ábra Fázorábra a határfrekvencián

A reaktanciák egyezése esetén természetesen a komponensek feszültségeinek, valamint a teljesítményeinek nagysága is megegyező:

$$f_h \Rightarrow \begin{cases} |U_C| = U_R; \\ |Q_C| = P. \end{cases}$$

$$f_h \Rightarrow |X_C| = R$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_h C} = R$$

$$f_h = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C}$$

A fázisszög kiszámítására két mód van:

- $\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}\right)^2}} \Rightarrow |\phi| = \arccos\left(\frac{R}{Z}\right)$
- $\sin \phi = \frac{X_C}{Z} = \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}} = \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}\right)^2}} \Rightarrow |\phi| = \arcsin\left(\frac{X_C}{Z}\right)$

Tekintsük át, hogy a $f - Z$ és a $f - \phi$ karakterisztikák (15. ábra) függvényeit miként tudjuk megalkotni.

Frekvencia-impedancia karakterisztika

Az impedancia frekvenciafüggősége: $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$ ebből $Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}\right)^2}$

Példánkban $R = 1k\Omega$ és $C = 1\mu F$, így $Z = \sqrt{(1000\Omega)^2 + \left(\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot 1\mu F}\right)^2}$

Az állandókat írjuk be mértékegység nélkül: $Z = \sqrt{10^6 + \left(\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot 10^{-6}}\right)^2} = \sqrt{10^6 + \left(\frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot f}\right)^2} = \sqrt{10^6 + \frac{10^{12}}{4 \cdot \pi^2 \cdot f^2}}$

A független változó a frekvencia, a függvényérték pedig az impedancia, így az ábrázolandó függvény:

$$y = \sqrt{10^6 + \frac{10^{12}}{4 \cdot \pi^2 \cdot x^2}} \text{ átírva hatványalakba: } y = \left(10^6 + \frac{10^{12}}{4 \cdot \pi^2 \cdot x^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

A Graph függvényrajzoló program² segítségével a Graph megadás: $y = (10^6 + ((10^{12}) / (4 * \pi^2 * x^2)))^{(1/2)}$

Frekvencia-fázisszög karakterisztika (ne feledjük, hogy késés van, így a szög negatív)

A fázisszög frekvenciafüggősége: $\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}\right)^2}}$

Példánkban $R = 1k\Omega$ és $C = 1\mu F$, így

$$|\phi| = \arccos\left(\frac{R}{Z}\right) \text{ tehát } |\phi| = \arccos \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}\right)^2}} \quad |\phi| = \arccos \frac{1000\Omega}{\sqrt{(1000\Omega)^2 + \left(\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot 1\mu F}\right)^2}}$$

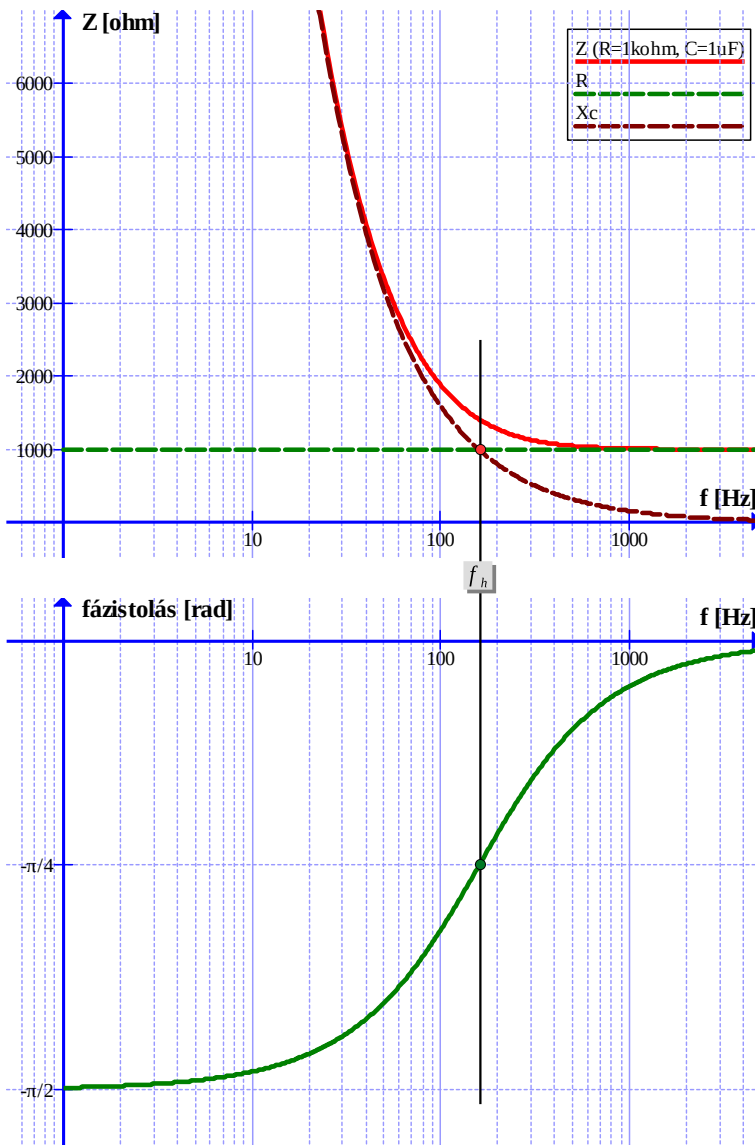
Az állandókat írjuk be mértékegység nélkül: $|\phi| = \arccos \frac{10^3}{\sqrt{10^6 + \left(\frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot f}\right)^2}} = \arccos \frac{10^3}{\sqrt{10^6 + \frac{10^{12}}{4 \cdot \pi^2 \cdot f^2}}}$

A független változó a frekvencia, a függvényérték pedig a fázisszög. Figyelembe véve, hogy a fázisszög negatív értékű, az ábrázolandó függvény ekképpen alakul:

$$\phi = -\arccos \frac{10^3}{\sqrt{10^6 + \frac{10^{12}}{4 \cdot \pi^2 \cdot x^2}}} \text{ átírva hatványalakba: } \phi = -\arccos \frac{10^3}{\left(10^6 + \frac{10^{12}}{4 \cdot \pi^2 \cdot x^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

A kapott függvényből a Graph alak: $y = -\arccos(10^3 / ((10^6 + (10^{12}) / (4 * \pi^2 * x^2))^{(1/2)}))$

² Graph függvényrajzoló program: <https://www.padowan.dk/download/>



16. ábra

A 16. ábrán az impedancia-fázorábra valamennyi komponense be lett rajzolva ($R; X_C; Z$), így az egyes elemek frekvenciafüggősége jól megfigyelhető:

- Az ellenállás értéke frekvenciafüggetlen, vagyis állandó ($R \Rightarrow$ zöld szaggatott vonal);
- A kondenzátor reaktanciája ellenben az $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$ összefüggés értelmében fordított arányosságú függést mutat a frekvenciától ($X_C \Rightarrow$ barna szaggatott vonal).

Nagyon kis frekvencia esetén az X_C értéke nagy, 0Hz-en (vagyis egyenáramon) végtelen nagy, vagyis a kondenzátor szakadást képvisel:

$$X_{C(0Hz)} = \lim_{f \rightarrow 0} \frac{1}{\omega \cdot C} = \lim_{f \rightarrow 0} \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \infty$$

Nagyon nagy frekvencia esetén az X_C értéke kicsi, végtelen nagy frekvencián (ami persze nincs) a kondenzátor rövidzárat képvisel:

$$X_{C(\infty Hz)} = \lim_{f \rightarrow \infty} \frac{1}{\omega \cdot C} = \lim_{f \rightarrow \infty} \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = 0$$

- A határfrekvencián az ellenállás és a kapacitív reaktancia nagysága megegyezik: $|X_C| = R$, a fázistolás pedig pontosan 45°