

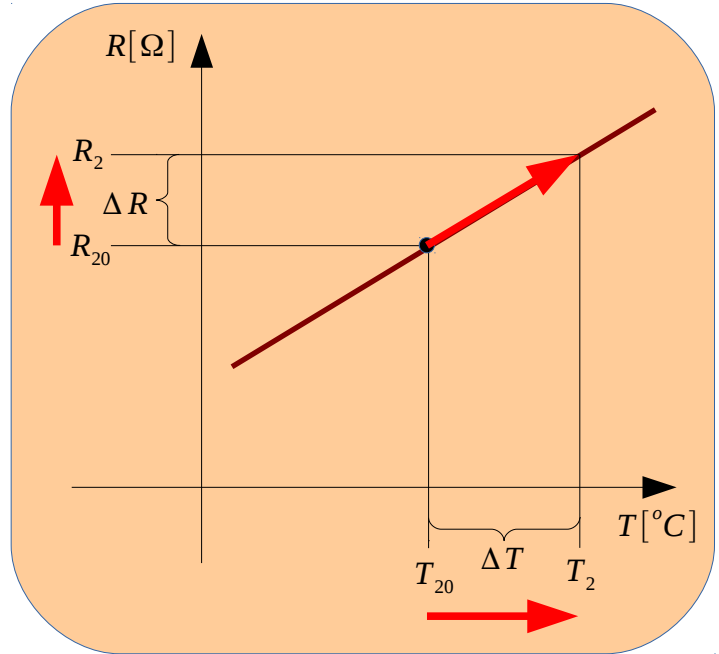
ELLENÁLLÁSOK HŐMÉRSÉKLETFÜGGÉSE

Az ellenállások, de általában minden villamos vezetőanyag fajlagos ellenállása 20°C-os szobahőmérsékleten értelmezett. Ismeretfrissítésként tekintünk át az 1. táblázat adatait:

Anyag	Fajlagos ellenállás: $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$
Réz	0,01786
Alumínium	0,02867
Vas	0,12
Ezüst	0,016
Arany	0,023

1. táblázat

- $T_{20}$  : kiinduló hőmérséklet ( 20 °C );
- $T_2$  : a változás utáni hőmérséklet;
- $R_{20}$  : az ellenállás ( 20 °C -on mérve);
- $R_2$  : a változás utáni ellenállás;
- $\Delta T$  : hőmérsékletváltozás;
- $\Delta R$  : ellenállásváltozás.

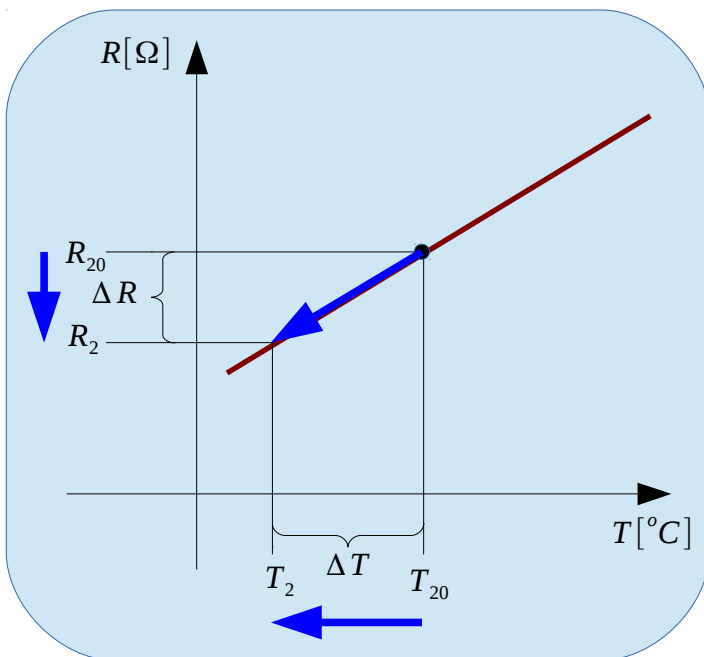


1. ábra PTK vezető melegítése

A vezetőanyagok egyik csoportjában a hőmérséklet növekedésével az ellenállásérték növekszik. Ezek az anyagok hideg állapotban jó vezetőképességgel rendelkeznek, ezért hidegvezetőknek nevezzük őket. A pozitív hőmérsékleti együtthatójú anyagok ellenállása tehát a hőmérséklet növekedésével együtt növekszik (pozitív termikus koefficiens: PTK, Positive Temperature Coefficient: PTC). Eme

jelenség oka az, hogy növekvő hőmérséklet hatására megnövekszik az atomtörzsek és a töltéshordozók, molekulák hőmozgása. A hidegvezetők PTK jellege jól megfigyelhető az 1. ábrán. A kapott hőmérséklet-ellenállás függvény egyértelműen szigorúan monoton növekvő képet mutat, vagyis az  $m = \frac{\Delta R}{\Delta T}$  differenciahányados (meredekség) pozitív előjelű [PTK =>  $m = (+)$ ].

Természetesen a PTK jelleg akkor is igazolható, ha a vezetőanyagot hűtjük, ez figyelhető meg a 2. ábrán. A hűtés hatására az ellenállás értéke csökken a hőmérséklettel együtt. Mivel a változások,  $\Delta T$  és  $\Delta R$  előjele negatív, így a meredekség előjele továbbra is pozitív:  $m = \frac{\Delta R}{\Delta T} = \frac{(-)}{(-)} = (+)$



2. ábra PTK vezető hűtése

Általánosságban leírhatjuk, hogy hőmérsékletváltozás ( $\Delta T$ ) hatására, a hőmérsékletváltozás előjelének megfelelően az ellenállásérték is változni fog:

$$R_2 = R_{20} + \Delta R.$$

Az ellenállásváltozás nem lineáris viszonyú a hőmérsékletváltozással, de van egy szűk hőmérséklettartomány, ahol közel lineárisnak tekinthető:  $-60^\circ\text{C}$  és  $200^\circ\text{C}$  között.

Az  $\alpha$  hőmérsékleti együttható (termikus koefficiens: TK; Temperature Coefficient: TC) az az ellenállásváltozás, amely  $1\text{ K}$  (azaz  $1^\circ\text{C}$ ) hőmérsékletváltozáskor  $1\Omega$  ellenálláson következik be. Másképpen: egységnyi ellenállású anyag, egységnyi hőmérsékletváltozásának hatására bekövetkező ellenállásváltozás:

$$\alpha = \frac{1}{K} = \frac{1}{^\circ\text{C}}.$$

Az ellenállásváltozás kiszámításakor a  $20^\circ\text{C}$  -on mért ellenállás értékéből kell kiindulni:

$$R_2 = R_{20} + \Delta R = R_{20} + R_{20} \cdot \alpha \cdot \Delta T \quad \text{ahol} \quad \Delta R = R_{20} \cdot \alpha \cdot \Delta T.$$

Ugyanakkor  $R_2 = R_{20} + R_{20} \cdot \alpha \cdot \Delta T$  esetén  $R_{20}$  -at kiemelve:  $R_2 = R_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$

Anyag	Hőmérsékleti együttható: $\alpha = \frac{1}{K} = \frac{1}{^\circ\text{C}}$
Réz	$3,93 \cdot 10^{-3}$
Alumínium	$3,77 \cdot 10^{-3}$
Vas	$4,6 \cdot 10^{-3}$
Ezüst	$3,8 \cdot 10^{-3}$
Arany	$4 \cdot 10^{-3}$

A 2. táblázat adataiból kitűnik, hogy ha az  $\alpha$  értéke pozitív előjelű, akkor az ellenállásváltozás is pozitív, vagyis az anyag PTK jellegű.

A hidegvezető anyagok hőmérsékleti együtthatója pozitív (PTK).

**1. táblázat**

1. példa: hidegvezető melegítése

Mekkora az  $1000\Omega$  -os réz anyagú hidegvezető ellenállása, ha  $20^\circ\text{C}$  -ról  $40^\circ\text{C}$  -os hőmérsékletre melegítjük? Adatok:  $R_{20} = 1000\Omega$ ;  $\alpha_{\text{réz}} = 3,93 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}$ ;  $T_2 = 40^\circ\text{C}$

Megoldás:

A hőmérsékletváltozás:  $\Delta T = T_2 - 20^\circ\text{C} = 40^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = 20^\circ\text{C} = 20\text{ K}$

Az ellenállásváltozás:  $\Delta R = R_{20} \cdot \alpha \cdot \Delta T = 1000\Omega \cdot 3,93 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K} \cdot 20\text{ K} = 78,6\Omega$

A változás utáni ellenállás:  $R_2 = R_{20} + \Delta R = 1000\Omega + 78,6\Omega = 1078,6\Omega$

2. példa: hidegvezető melegítése

Egy alumíniumvezető  $R_{20}=400\ \Omega$ -os ellenállása  $R_2=500\ \Omega$ -ra növekedett. Mekkora a hőmérsékletnövekedés?

$$\Delta R = R_2 - R_{20} = 500\ \Omega - 400\ \Omega = 100\ \Omega$$

$$\Delta T = \frac{\Delta R}{R_{20} \cdot \alpha_{Al}} = \frac{100\ \Omega}{400\ \Omega \cdot 3,77 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}} =$$

$$= \frac{100}{1,508} K = 66,31 K = 66,31\ ^\circ C$$

3. példa: hidegvezető melegítése

Egy ezüstvezető ellenállása melegítés után  $R_2=120\ \Omega$ -ra adódott, miközben a hőmérséklet  $60\ ^\circ C$ . Mekkora volt a melegítés előtti ellenállás?

$$\Delta T = |T_2 - 20\ ^\circ C| = |60\ ^\circ C - 20\ ^\circ C| = 40\ ^\circ C = 40\ K$$

$$R_{20} = \frac{R_2}{1 + \alpha \cdot \Delta T} = \frac{120\ \Omega}{1 + 3,8 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K} \cdot 40\ K} =$$

$$= \frac{120}{1,152} \Omega = 104,16\ \Omega$$

4. példa: hidegvezető hűtése

Egy  $1000\ \Omega$ -os vasból készült hidegvezetőt  $-60\ ^\circ C$  hőmérsékletre hűtünk. Mekkora lesz az ellenállása?  $\alpha_{vas} = 4,6 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}$

Megoldás:

A hőmérsékletváltozás:  $\Delta T = T_2 - 20\ ^\circ C = -60\ ^\circ C - 20\ ^\circ C = -80\ ^\circ C = -80\ K$

Az ellenállásváltozás:  $\Delta R = R_{20} \cdot \alpha \cdot \Delta T = 1000\ \Omega \cdot 4,6 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K} \cdot (-80\ K) = -368\ \Omega$

A változás utáni ellenállás:  $R_2 = R_{20} + \Delta R = 1000\ \Omega + (-368\ \Omega) = 632\ \Omega$

5. példa: hidegvezető hűtése

Egy rézvezető  $R_{20}=500\ \Omega$ -os ellenállása  $R_2=450\ \Omega$ -ra csökkent. Mekkora a hőmérsékletváltozás?

$$\Delta R = R_2 - R_{20} = 450\ \Omega - 500\ \Omega = -50\ \Omega$$

$$\Delta T = \frac{\Delta R}{R_{20} \cdot \alpha_{réz}} = \frac{-50\ \Omega}{500\ \Omega \cdot 3,93 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}} =$$

$$= \frac{-50}{1,965} K = -25,44 K = -25,44\ ^\circ C$$

6. példa: hidegvezető hűtése

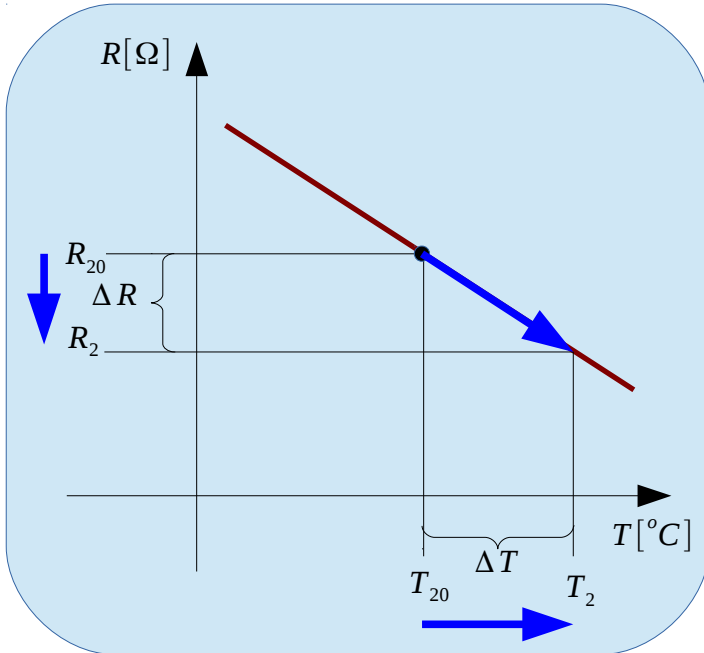
Egy aranyvezető ellenállása hűtés hatására  $R_2=10\ \Omega$ -ra csökkent, miközben a hőmérséklet  $-30\ ^\circ C$ . Mekkora volt a hűtés előtti ellenállás?

$$\Delta T = T_2 - 20\ ^\circ C = -30\ ^\circ C - 20\ ^\circ C = -50\ K$$

$$R_{20} = \frac{R_2}{1 + \alpha \cdot \Delta T} = \frac{10\ \Omega}{1 + 4 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K} \cdot (-50\ K)} =$$

$$= \frac{10}{1 + (-0,2)} \Omega = \frac{10}{0,8} = 12,5\ \Omega$$

A vezetőanyagok másik csoportjában a hőmérséklet növekedésével az ellenállásérték csökken. Ezek az anyagok meleg állapotban jobban vezetnek, ezért melegvezetőknek nevezzük őket. Emek anyagok tehát negatív hőmérsékleti együtthatójúak (negatív termikus koefficiens: NTK, Negative Temperature Coefficient: NTC). Mindennek az oka abban keresendő, hogy a hőmérséklet elelkedésének hatására egyre több elektron szabadul fel kötött állapotából, így elektrontöbblet alakul ki, mely miatt megnő a vezetőképesség, vagyis csökken az ellenállás.



A melegvezetők hőmérséklet-ellenállás függvénye szigorúan monoton csökkenő (3. ábra), az  $m = \frac{\Delta R}{\Delta T}$  differenciáhányados (meredekség) negatív előjelű [NTK => ]. Növekvő hőmérséklet hatására csökken az ellenállás. Ekkor:  $m = \frac{\Delta R}{\Delta T} = \frac{(-)}{(+)} = (-)$ .

Ha a melegvezetőt hűtésének hatására az ellenállás értéke növekszik (4. ábra). A meredekség előjele továbbra is negatív:  $m = \frac{\Delta R}{\Delta T} = \frac{(+)}{(-)} = (-)$

3. ábra NTK vezető melegítése

Az NTK összefüggések ugyanazok, mint a hidegvezetők esetében:

$$\alpha = \frac{1}{K} = \frac{1}{^{\circ}C}; \quad \Delta R = R_{20} \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

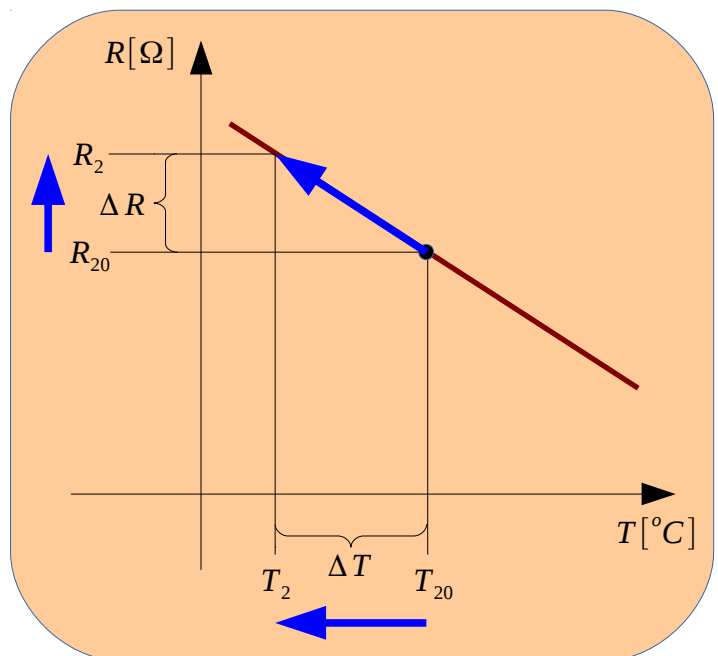
$$R_2 = R_{20} + \Delta R = R_{20} + R_{20} \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$$R_2 = R_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

NTK jelleget mutató pl. a szén:

$$\alpha_{szén} = -0,8 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}$$

4. ábra NTK vezető melegítése



1. példa: melegvezető melegítése

Egy  $100\Omega$  -os szénrétegellenállást  $20^\circ\text{C}$  -ról  $50^\circ\text{C}$  -os hőmérsékletre melegítjük. Mekkora a melegítés utáni ellenállásérték?

$$\Delta T = T_2 - 20^\circ\text{C} = 50^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = 30^\circ\text{C} = 30\text{ K}$$

$$\begin{aligned} \Delta R &= R_{20} \cdot \alpha \cdot \Delta T = \\ &= 100\Omega \cdot (-0,8 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}) \cdot 30\text{ K} = -1,6\Omega \end{aligned}$$

$$R_2 = R_{20} + \Delta R = 100\Omega + (-1,6\Omega) = 98,4\Omega$$

2. példa: melegvezető melegítése

Egy szénréteg ellenállás felmelegszik, eközben a  $R_{20} = 470\Omega$  -os ellenállása  $R_2 = 460\Omega$  -ra csökkent. Mekkora a hőmérséklet?

$$\Delta R = R_2 - R_{20} = 460\Omega - 470\Omega = -10\Omega$$

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{\Delta R}{R_{20} \cdot \alpha_{Al}} = \frac{-10\Omega}{470\Omega \cdot (-0,8 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}})} = \\ &= \frac{-10}{-0,376}\text{ K} = 26,6\text{ K} = 26,6^\circ\text{C} \end{aligned}$$

3. példa: melegvezető melegítése

Egy szénréteg ellenállás ellenállása melegítés után  $R_2 = 1020\Omega$  lett, eközben a hőmérséklet  $60^\circ\text{C}$ . Mekkora volt a melegítés előtti ellenállás?

$$\Delta T = T_2 - 20^\circ\text{C} = 60^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = 40^\circ\text{C} = 40\text{ K}$$

$$\begin{aligned} R_{20} &= \frac{R_2}{1 + \alpha \cdot \Delta T} = \frac{1020\Omega}{1 + (0,8 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}) \cdot 40\text{ K}} = \\ &= \frac{1020}{0,968}\Omega = 1053,72\Omega \end{aligned}$$

4. példa: melegvezető hűtése

Egy  $1000\Omega$  -os szénréteg ellenállást  $-50^\circ\text{C}$  hőmérsékletre hűtünk. Mekkora lesz az ellenállása?

$$\Delta T = T_2 - 20^\circ\text{C} = -50^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = -70\text{ K}$$

$$\begin{aligned} \Delta R &= R_{20} \cdot \alpha \cdot \Delta T = \\ &= 1000\Omega \cdot (-0,8 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}) \cdot (-70\text{ K}) = 56\Omega \end{aligned}$$

$$R_2 = R_{20} + \Delta R = 1000\Omega + 56\Omega = 1056\Omega$$

5. példa: melegvezető hűtése

Egy szénréteg ellenállás  $R_{20} = 500\Omega$  -os ellenállása  $R_2 = 510\Omega$  -ra nőtt. Mekkora a hőmérsékletváltozás?

$$\Delta R = R_2 - R_{20} = 510\Omega - 500\Omega = 10\Omega$$

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{\Delta R}{R_{20} \cdot \alpha_{réz}} = \frac{10\Omega}{500\Omega \cdot (-0,8 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}})} = \\ &= \frac{10}{-0,4}\text{ K} = -25\text{ K} = -25^\circ\text{C} \end{aligned}$$

6. példa: melegvezető hűtése

Egy szénszál ellenállása hűtés hatására  $R_2 = 10\Omega$  -ra nőtt, miközben a hőmérséklet  $0^\circ\text{C}$ . Mekkora volt a hűtés előtti ellenállás?

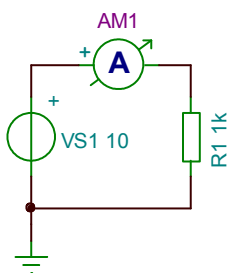
$$\Delta T = T_2 - 20^\circ\text{C} = 0^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = -20\text{ K}$$

$$\begin{aligned} R_{20} &= \frac{R_2}{1 + \alpha \cdot \Delta T} = \frac{10\Omega}{1 + (-0,8 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}) \cdot (-20\text{ K})} = \\ &= \frac{10}{0,984}\Omega = 10,16\Omega \end{aligned}$$

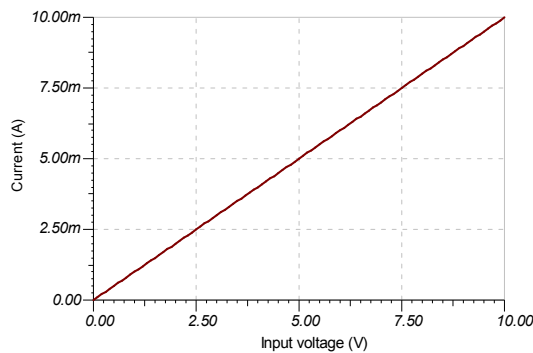
A PTK és NTK jelleg igazolása karakterisztikákkal

*Ideális ellenállás*

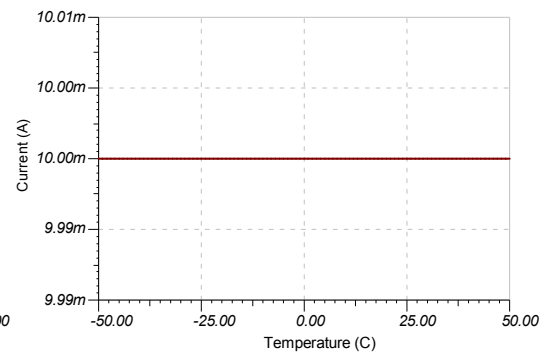
A *TINA-TI* nevű szimulációs szoftver segítségével állítsa össze az 5. ábra szerinti mérőkört! Ha az ellenállás feszültség-áram karakterisztikáját felvesszük (0-tól 10 V-ig növelve a feszültséget), akkor a karakterisztika bármely pontján ugyanaz az ellenállásérték adódik (az Ohm-törvény), a karakterisztika ennek megfelelően lineáris (6. ábra). Mivel az ideális ellenállás hőmérsékleti együtthatója nulla, ezért a hőmérséklet változására az ellenállásérték nem változik. Ha az ellenállásérték nem változik, akkor az ellenálláson folyó áram értéke sem (7. ábra).



**5. ábra**



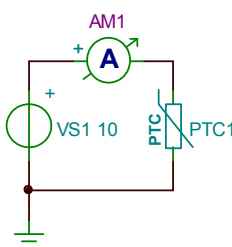
**6. ábra**



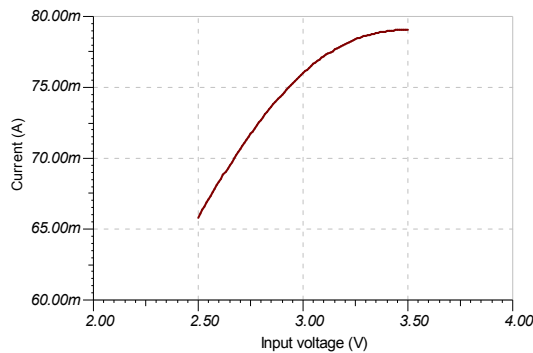
**7. ábra**

*PTC ellenállás*

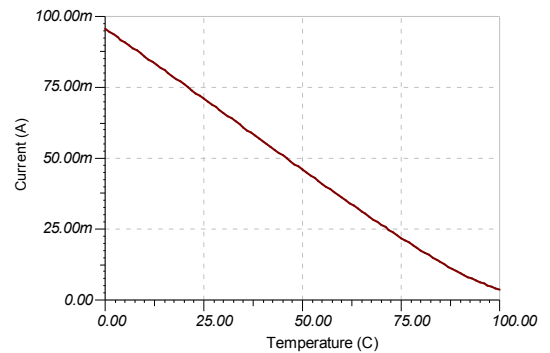
A *TINA-TI* nevű szimulációs szoftver segítségével állítsa össze az 8. ábra szerinti mérőkört! A PTC ellenállásra kapcsolt feszültség növelésekor a rajta átfolyó áram is növekszik, melynek következménye, hogy az ellenállás teljesítménye és hőmunkája okán a hőmérséklete is növekszik. Növekvő hőmérséklet hatására azonban az ellenállásérték is növekszik, mely az átfolyó áramot korlátozza. Mindennek okán a feszültség-áram karakterisztika nem lineáris (9. ábra). Adott munkapontban (állandó feszültség esetén), amennyiben a hőmérsékletet növeljük, nő az ellenállás, így az áram csökken, ahogy az a hőmérséklet-áram karakterisztikán megfigyelhető (10. ábra). Ilyen PTC elem a wolframszál izzó is.



**8. ábra**



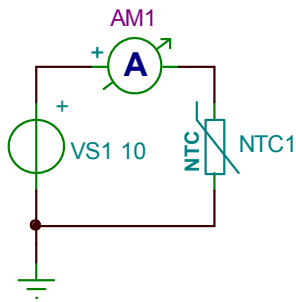
**9. ábra**



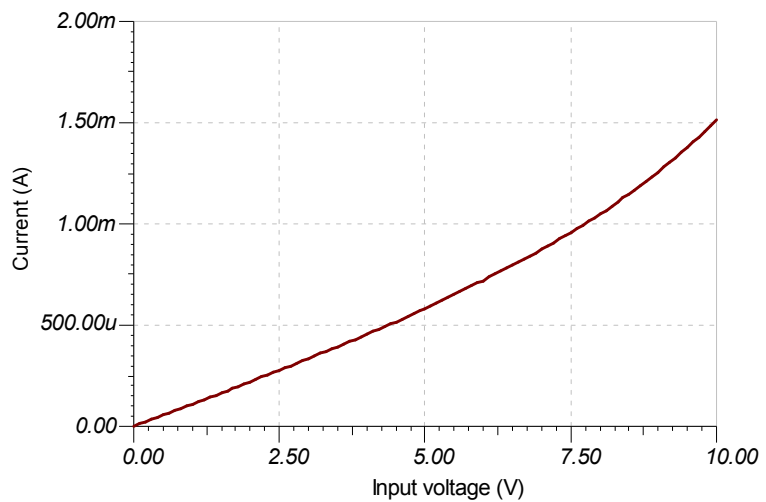
**10. ábra**

PTC ellenállás

A *TINA-TI* nevű szimulációs szoftver segítségével állítsa össze a 11. ábra szerinti mérőkört! Amennyiben egy NTC ellenállásra kapcsolt feszültséget növelünk, akkor a rajta átfolyó áram is nő, azonban korántsem lineárisan. Ennek oka a következő: az átfolyó áram hatására az ellenállás teljesítménye, hőmunkája, valamint ennek okán a hőmérséklete is növekszik. Ahogy nő a hőmérséklet az ellenállásérték csökken, így az Ohm-törvény értelmében az áramérték meredekebben növekszik (12. ábra).



**11. ábra**



**12. ábra**