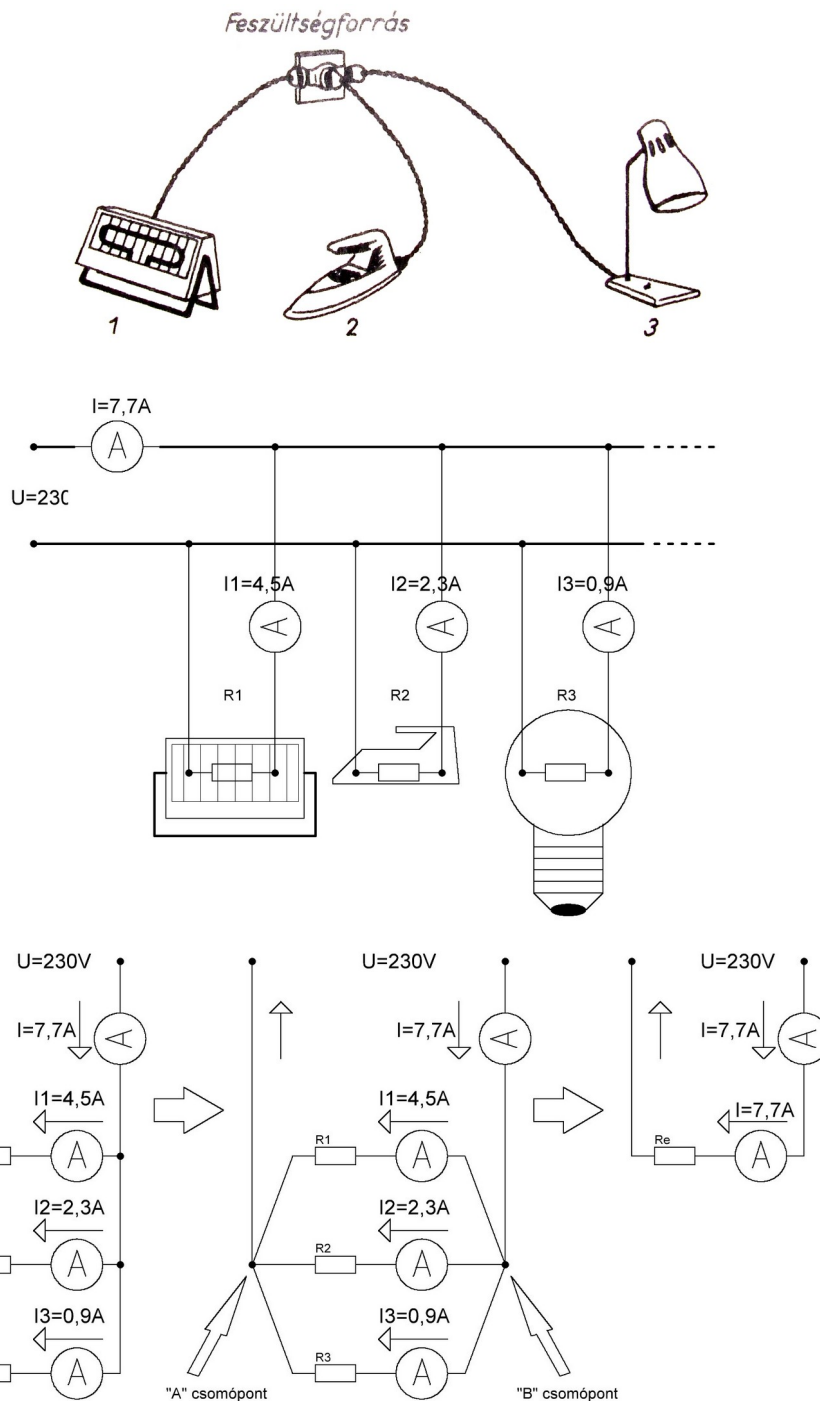


ELLENÁLLÁSOK PÁRHUZAMOS KAPCSOLÁSA

Három háztartási fogyasztót kapcsoltunk egy feszültségforrásra (hálózati feszültségre: 230V), vagyis közös kapocspárra, tehát párhuzamosan. A PÁRHUZAMOS KAPCSOLÁS ISMÉRVE: KÖZÖS A FESZÜLTÉG. Árammérővel mérjük minden egyes fogyasztón, valamint a főágban folyó áram erősségét [az árammérőt sorosan(!) kötjük be a fogyasztókkal]. Megállapítható, hogy az egyes mellékágakban mért áramerősségek összege pontosan megegyezik a főágban folyó áramerősséggel:

$$4,5 \text{ A} + 2,3 \text{ A} + 0,9 \text{ A} = 7,7 \text{ A}$$



1. ábra

Kirchhoff I. törvénye kimondja, hogy az egyes mellékágakban mért áramerősségek összege egyenlő az osztatlan ágban (főág) folyó áram áramerősségével.

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

Másként fogalmazva: bármely csomópontba befolyó áramerősségek összege egyenlő az onnan kifolyó áramerősségek összegével.

Könnnyen belátható azonban emellett, hogy bármely csomópontban az oda befolyó és az onnan kifolyó áramerősségek előjeles összege nulla. A befolyó áramerősségek pozitív (a csomópontba mutatók), a kifolyók (a csomópontból kifelé mutatók) pedig negatív előjelűek.

Írjuk fel ennek megfelelően az „A” csomópontra a csomóponti egyenletet! : $I_1 + I_2 + I_3 - I = 0$

Most írjuk fel a „B” csomópontra is! : $I - I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Bármelyik egyenletet átrendezve megkapjuk az eredeti áramegyenletet:

„A” csp.: $I_1 + I_2 + I_3 - I = 0$ / +I

$$I_1 + I_2 + I_3 = I$$

illetve: „B” csp.: $I - I_1 - I_2 - I_3 = 0$ / +I₁+I₂+I₃

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

A párhuzamosan kapcsolt ellenállások egyetlen eredő ellenállással helyettesíthető. Ez könnyen belátható, hiszen a rajzokon látható, hogy a generátoron egyetlen egy áram folyik, melynek nagysága egyenlő a mellékági áramerősségek összegével, ahogy azt láttuk a csomóponti törvény igazolásakor. Ennek megfelelően a generátor lényegében egyetlen ellenállást „lát”, mely a generátort terhelő ellenálláskomplexum eredő ellenállása: $R_e = \frac{U}{I}$.

A csomóponti törvény szerint: $I = I_1 + I_2 + I_3$

Ohm törvénye alapján: $I = \frac{U}{R_e}$; $I_1 = \frac{U}{R_1}$; $I_2 = \frac{U}{R_2}$; $I_3 = \frac{U}{R_3}$

Ezt behelyettesítve a csomóponti törvénybe: $\frac{U}{R_e} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}$

Osszuk el az egyenlet mindkét oldalát U -val !: $\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

Ennek reciprokát véve megkapjuk a párhuzamosan kapcsolt ellenállások eredő ellenállását:

$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Másik megközelítés szerint: Az áramegyenlet: $I = I_1 + I_2 + I_3$

Osszuk el az áramegyenlet mindkét oldalát a közös mennyiséggel, vagyis $U - val !$

Ekkor: $\frac{I}{U} = \frac{I_1}{U} + \frac{I_2}{U} + \frac{I_3}{U}$. Lássuk meg, hogy ez a vezetésegyenlet! $G_e = G_1 + G_2 + G_3$.

Mivel $R_e = \frac{1}{G_e}$, ezért: $\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$. Így az ellenállásegyenlet: $R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$

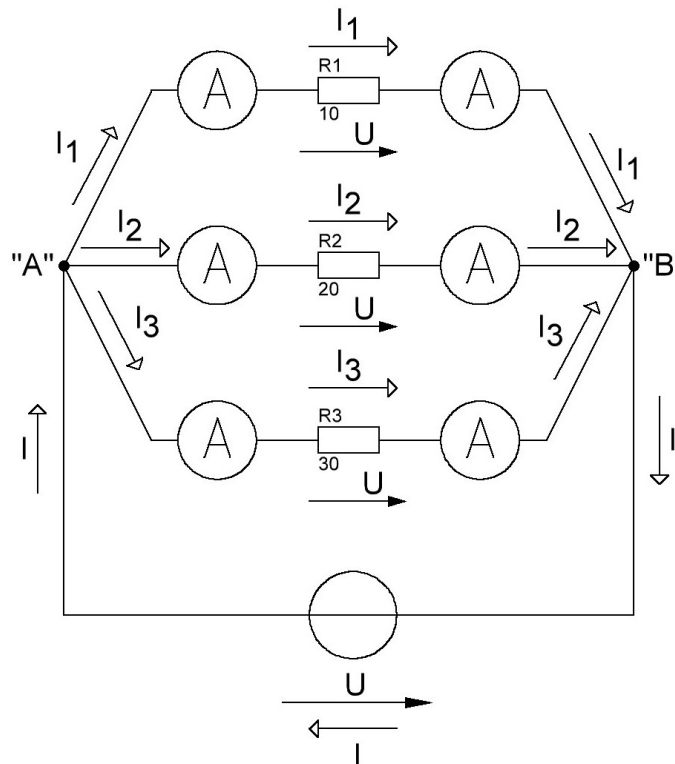
A párhuzamosan kapcsolt ellenállások eredője az egyes ellenállások reciprokösszegének reciprokaként számítható.

Foglaljuk össze az eddigi tényeket a párhuzamos kapcsolás esetében:

- KÖZÖS A FESZÜLTSG, vagyis minden ellenállás (terhelés, fogyasztó) ugyanarra a feszültségforrásra kapcsolódik => közös kapocspár;
- ÁRAMERŐSSÉG: a mellékágakban mért áramerősségek összege megegyezik a főági áramerősséggel => $I = I_1 + I_2 + I_3$;
- EREDŐ ELLENÁLLÁS: a párhuzamosan kapcsolt ellenállások eredő ellenállása az egyes ellenállások reciprokösszegének reciprokával egyezik meg =>

$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

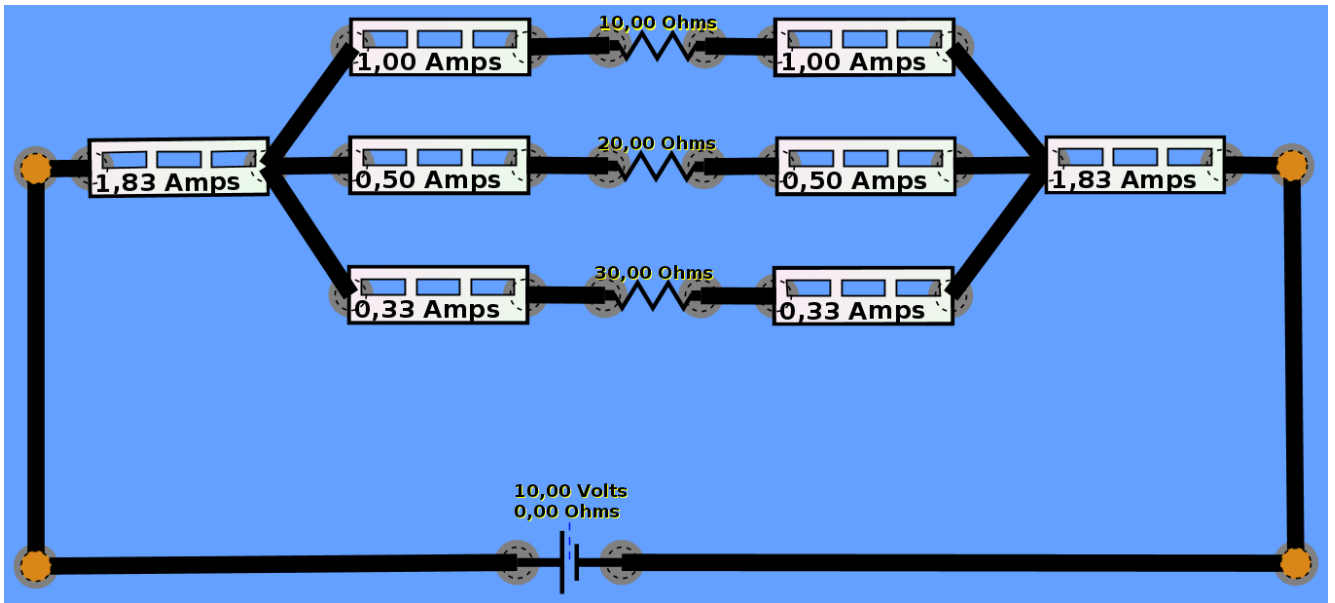
FELADAT: Állítsuk össze a következő mérőkört!



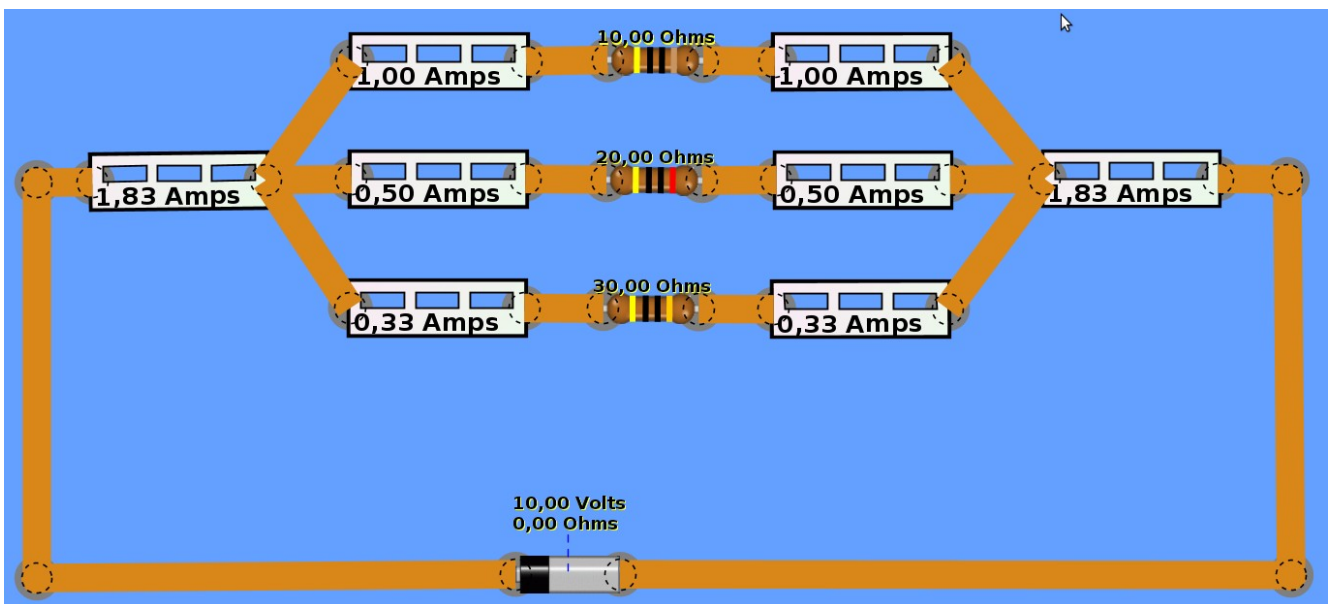
2. ábra

Az itt található szoftver segítségével készítsük el a szimulációt:

https://phet.colorado.edu/sims/html/circuit-construction-kit-dc/latest/circuit-construction-kit-dc_hu.html



3. ábra



4. ábra

Eddigi ismereteink alapján oldjuk meg a feladatot!

Adatok: $U=10V$; $R_1=10\Omega$; $R_2=20\Omega$; $R_3=30\Omega$

Kiszámítandók: $I=?$; $I_1=?$; $I_2=?$; $I_3=?$; valamint $R_e=?$

Mivel párhuzamos kapcsolásról van szó, így közös a feszültség, vagyis minden ellenállás ugyanarra a feszültséggenerátorra kapcsolódik.

Ebből következik, hogy a mellékágak áramerősségei:

Az R_1 ellenállás áramerőssége: $I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{10V}{10\Omega} = 1A$

Az R_2 ellenállás áramerőssége: $I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{10V}{20\Omega} = \frac{1}{2}A = 0,5A$

Az R_3 ellenállás áramerőssége: $I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{10V}{30\Omega} = \frac{1}{3}A = 0,33A$

A főági áramerősség: $I = I_1 + I_2 + I_3 = 1A + 0,5A + 0,33A = 1,83A$

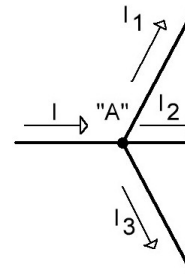
Az eredő ellenállás: $R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{20\Omega} + \frac{1}{30\Omega}} = \frac{1}{\frac{6}{60}} \Omega = \frac{60}{6} \Omega = 10\Omega$

Lássuk meg, hogy az eredő ellenállást a főági áramerősség ismeretében is ki lehet számolni (a főági áramerősség megmutatja, hogy mekkora ellenállást „lát” a feszültséggenerátor:

$$R_e = \frac{U}{I} = \frac{10V}{1,83A} = 5,455\Omega$$

Végül igazoljuk a csomóponti törvényt mindkét csomópontra (a befolyó pozitív, a kifolyó negatív előjellel):

„A” csomópont: $I - I_1 - I_2 - I_3 = 1,83A - 1A - 0,5A - 0,33A = 0$



„B” csomópont: $I_1 + I_2 + I_3 - I = 1A + 0,5A + 0,33A - 1,83A = 0$

