

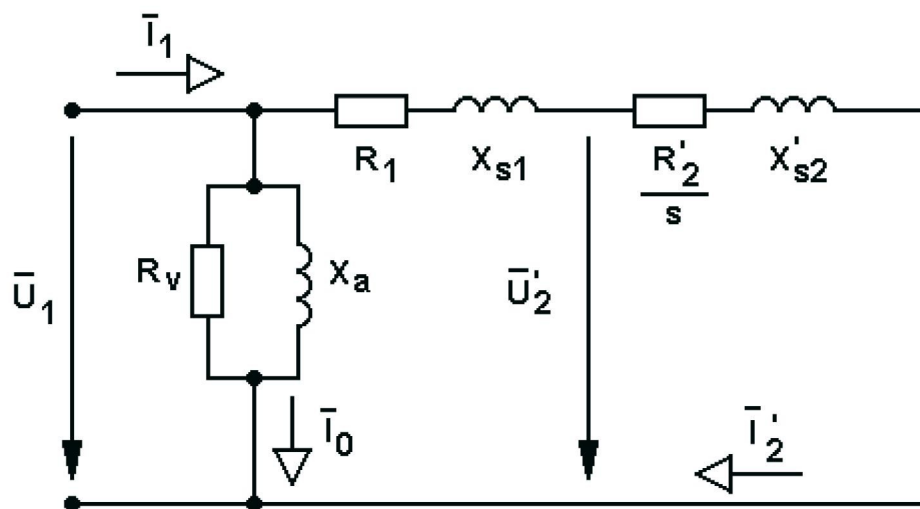
Háromfázisú háromszögekapsolású aszinkron motor kördiagramja és nyomatéki görbéjének megszerkesztése

A háromfázisú 230 / 400 V-os háromszögekapsolású 50 Hz-es frekvenciájú aszinkron motor adatai a következők:

$$R_1 = 1 \, \Omega, \quad X_{s1} = 1,5 \, \Omega, \quad R_v = 1,2 \, \text{k}\Omega,$$

$$X_a = 200 \, \Omega, \quad R'_2 = 1 \, \Omega, \quad X'_{s2} = 1,5 \, \Omega.$$

A póluspárok száma: 1 ($p = 1$). A gép terheletlenül 1 %-os szlippel forog ($s = 0.01$).



1. ábra az aszinkron motor egyszerűsített kapcsolási vázlata

Tekintettel arra, hogy a motor háromszög kapcsolású, a motor minden tekercs(rendszer)ére **400 V**-os feszültség jut. Bár ez a feszültség (\bar{U}_1) komplex feszültség, célszerűbb a számítások során annak abszolút értékét használni, így az \bar{U}_1 komplex feszültség leírásakor valójában a 400 V-os abszolútértéket helyettesíttem be.

A forgófluxus szinkron fordulatszámja:
$$n_0 = \frac{f}{p} = \frac{50 \, \text{Hz}}{1} = 50 \, \frac{1}{\text{s}}$$

A forgófluxus szinkron szögsebessége:
$$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f = 314 \, \frac{1}{\text{s}}$$

A kördiagram szerkesztése

A kördiagram megszerkesztéséhez minimum 3 pont megszerkesztése szükséges, ebben a feladatmegoldásban 4 nevezetes pont határozható meg. Eme pontok segítségével készítettem el az aszinkron motor kördiagramját, mely a 2. ábrán látható.

1. Szinkronpont (Q_0), ($s = 0$), $\left(\frac{R'_{s2}}{s} = \infty\right)$, $n = (1 - s) \cdot n_0 = 50 \frac{1}{s}$

A gyakorlatban ez a pont csak akkor létezik, ha a gépet külső mechanikai nyomatékkal hozzuk szinkron fordulatra. Üresjárásban tehát mindig van az adott motorra jellemző szlip. A Q_0 ponthoz tartozó üresjárási áram:

$$\begin{aligned} \bar{I}_0 &= \frac{\bar{U}_1}{R_v \times jX_a} = \frac{400 \text{ V}}{R_v \cdot jX_a} = \frac{400 \text{ V} \cdot (R_v + jX_a)}{R_v \cdot jX_a} = \frac{400 \text{ V} \cdot (1200 \Omega + j200 \Omega)}{(1200 \Omega \cdot j200 \Omega)} = \\ &= \frac{480000 + j80000}{j240000} = \frac{1}{j} \cdot \frac{480 + j80}{240} = -j \frac{480 + j80}{240} = \frac{80 - j480}{240} = \mathbf{(0,33 - j2) \text{ A}} \end{aligned}$$

2. Üresjárási pont (Q_1), ($s = 0,01$), $\left(\frac{R'_{s2}}{s} = 100 \Omega\right)$, $n = (1 - s) \cdot n_0 = 49,5 \frac{1}{s}$

Figyelembe véve, hogy a motor 1 %-os szlippel forog, az üresjárási áram a következőképpen alakul:

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \bar{I}_0 + \bar{I}'_2 = \bar{I}_0 + \frac{\bar{U}_1}{R_1 + \frac{R'_{s2}}{s} + j(X_{s1} + X'_{s2})} = \bar{I}_0 + \frac{400 \text{ V}}{1 \Omega + \frac{1 \Omega}{0,01} + j(1,5 \Omega + 1,5 \Omega)} = \\ &= \bar{I}_0 + \frac{400}{101 + j3} = \bar{I}_0 + \frac{400}{101 + j3} \cdot \frac{(101 - j3)}{(101 - j3)} = \bar{I}_0 + \frac{40400 - j1200}{101^2 + 3^2} = \bar{I}_0 + \frac{40400 - j1200}{10210} = \\ &= (0,33 - j2) \text{ A} + (3,957 - j0,117) \text{ A} = \mathbf{(4,287 - j2,117) \text{ A}} \end{aligned}$$

3. Rövidzárási pont (Q_z), ($s = 1$), $\left(\frac{R'_{s2}}{s} = 1 \Omega\right)$, $n = (1 - s) \cdot n_0 = 0 \frac{1}{s}$

A rövidzárársban a motor forgórésze áll, ezért a szlip: $s = 1$. Tehát a rövidzárási áram:

$$\begin{aligned} \bar{I}_z &= \bar{I}_0 + \bar{I}'_{2z} = \bar{I}_0 + \frac{\bar{U}_1}{R_1 + \frac{R'_{s2}}{s} + j(X_{s1} + X'_{s2})} = \bar{I}_0 + \frac{400 \text{ V}}{1 \Omega + \frac{1 \Omega}{1} + j(1,5 \Omega + 1,5 \Omega)} = \\ &= \bar{I}_0 + \frac{400}{2 + j3} = \bar{I}_0 + \frac{400}{2 + j3} \cdot \frac{(2 - j3)}{(2 - j3)} = \bar{I}_0 + \frac{800 - j1200}{2^2 + 3^2} = \bar{I}_0 + \frac{800 - j1200}{13} = \\ &= (0,33 - j2) \text{ A} + (61,54 - j92,31) \text{ A} = \mathbf{(61,87 - j94,31) \text{ A}} \end{aligned}$$

4. Végtelen pont $(Q_\infty), (s = \infty), \left(\frac{R'_{s2}}{s} = 0\right), n = \infty$

Ezt az állapotot akkor tudnánk előidézni, ha a motor végtelen nagy fordulatszámmal forogna. Az adatok ismeretében a végtelen fordulatszámhoz tartozó áramot a következő összefüggéssel határozhatjuk meg:

$$\begin{aligned} \bar{I}_\infty &= \bar{I}_0 + \bar{I}'_{2\infty} = \bar{I}_0 + \frac{\bar{U}_1}{R_1 + \frac{R'_{s2}}{s} + j(X_{s1} + X'_{s2})} = \bar{I}_0 + \frac{400 \text{ V}}{1 \ \Omega + \frac{1 \ \Omega}{(\infty)} + j(1,5 \ \Omega + 1,5 \ \Omega)} = \\ &= \bar{I}_0 + \frac{400}{1 + j3} = \bar{I}_0 + \frac{400}{1 + j3} \cdot \frac{(1 - j3)}{(1 - j3)} = \bar{I}_0 + \frac{400 - j1200}{1^2 + 3^2} = \bar{I}_0 + \frac{400 - j1200}{10} = \\ &= (0,33 - j2) \text{ A} + (40 - j120) \text{ A} = \mathbf{(40,33 - j122) \text{ A}} \end{aligned}$$

\bar{I}_0 [A]	\bar{I}'_2 [A]	\bar{I}_1 [A]	\bar{I}'_{2z} [A]	\bar{I}_z [A]	$\bar{I}'_{2\infty}$ [A]	\bar{I}_∞ [A]
0,33-j2	3,957-j0,117	4,287-j2,117	61,57-j92,31	61,87-j94,31	40-j120	40,33-j122

1. táblázat

A nyomatéki görbe szerkesztése

A nyomatékgörbe közelítő egyenlete alapján a nyomatéknak ott van szélsőértéke, ahol a nyomaték szlip szerinti deriváltja 0. Ezen a helyen a szlip: $s = s_B$. Ekkor a motor maximális nyomatékát a következő szlip értéknél biztosítja (motoros):

$$s_B = \frac{R'_2}{\sqrt{(R_1)^2 + (X_{s1} + X'_{s2})^2}} = \frac{1 \Omega}{\sqrt{(1 \Omega)^2 + (1,5 \Omega + 1,5 \Omega)^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+9}} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \mathbf{0,316}$$

A motorüzemű gép billenőnyomatéka:

$$\begin{aligned} M_B &= \frac{3 \cdot U_1^2}{\left[\left(R_1 + \frac{R'_2}{s_B} \right)^2 + (X_{s1} + X'_{s2})^2 \right]} \cdot \frac{R'_2}{s_B} \cdot \frac{1}{\omega_0} = \\ &= \frac{3 \cdot (400 \text{ V})^2}{\left[\left(1 \Omega + \frac{1 \Omega}{0,316} \right)^2 + (1,5 \Omega + 1,5 \Omega)^2 \right]} \cdot \frac{1 \Omega}{0,316} \cdot \frac{1}{314 \frac{1}{s}} \\ &= \frac{480000}{\left[(4,165)^2 + (3)^2 \right] \cdot 99,34} = \frac{480000}{(17,34 + 9) \cdot 99,34} = \frac{480000}{2617} = \mathbf{183,42 \text{ Nm}} \end{aligned}$$

A generátoros szlip nagysága megegyezik a motoros szlippel, de az előjele negatív, hiszen a gép fordulatszáma a szinkron fordulatszám feletti:

$$s_{fB} = -s_B = \mathbf{-0,316}$$

A generátorüzemű gép billenőnyomatéka:

$$\begin{aligned} M_{fB} &= \frac{3 \cdot U_1^2}{\left[\left(R_1 + \frac{R'_2}{s_{fB}} \right)^2 + (X_{s1} + X'_{s2})^2 \right]} \cdot \frac{R'_2}{s_{fB}} \cdot \frac{1}{\omega_0} = \\ &= \frac{3 \cdot (400 \text{ V})^2}{\left[\left(1 \Omega + \frac{1 \Omega}{-0,316} \right)^2 + (1,5 \Omega + 1,5 \Omega)^2 \right]} \cdot \frac{1 \Omega}{-0,316} \cdot \frac{1}{314 \frac{1}{s}} \\ &= \frac{480000}{\left[(-2,16)^2 + (3)^2 \right] \cdot (-99,34)} = \frac{480000}{(4,69 + 9) \cdot (-99,34)} = -\frac{480000}{1360} = \mathbf{-352,94 \text{ Nm}} \end{aligned}$$

A motor indítónyomatéka:

$$\begin{aligned}
 M_i &= \frac{3 \cdot U_1^2}{\left[\left(R_1 + \frac{R'_2}{s_B} \right)^2 + (X_{s1} + X'_{s2})^2 \right]} \cdot \frac{R'_2}{s_i} \cdot \frac{1}{\omega_0} = \\
 &= \frac{3 \cdot (400 \text{ V})^2}{\left[\left(1 \text{ } \Omega + \frac{1 \text{ } \Omega}{1} \right)^2 + (1,5 \text{ } \Omega + 1,5 \text{ } \Omega)^2 \right]} \cdot \frac{1 \text{ } \Omega}{1} \cdot \frac{1}{314 \frac{1}{\text{s}}} \\
 &= \frac{480000}{[(2)^2 + (3)^2]} \cdot 314 = \frac{480000}{13 \cdot 314} = \frac{480000}{4082} = \mathbf{117,59 \text{ Nm}}
 \end{aligned}$$

Az adatokat feldolgozva elkészítettem a nyomatéki kördiagrammot és a nyomatéki görbét, melyek a 3. ábrán (A/3-as lap) és a 4. ábrán láthatóak.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
s	-1,5	-1,4	-1,3	-1,2	-1,1	-1	-0,9	-0,8	-0,7	-0,6
n (1/s)	125	120	115	110	105	100	95	90	85	80
M (Nm)	-111,79	-120,17	-129,82	-141,03	-154,19	-169,76	-188,37	-210,74	-237,60	-269,62

	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
s	-0,5	-0,4	-0,316	-0,2	-0,1	0	0,01	0,1	0,2	0,316
n (1/s)	75	70	65,8	60	55	50	49,5	45	40	34,2
M (Nm)	-305,57	-336,53	-352,94	-305,57	-169,76	0	(0)	117,53	169,76	183,42

	21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
s	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3
n (1/s)	30	25	20	15	10	5	0	(-) 5	(-) 10	(-) 15
M (Nm)	179,75	169,76	158,06	146,51	135,81	126,15	117,53	109,85	103,01	96,89

	31.	32.	33.	34.
s	1,4	1,5	1,6	1,7
n (1/s)	(-) 20	(-) 25	(-) 30	(-) 35
M (Nm)	91,41	86,48	82,04	78,00

2., 3., 4., 5. táblázat

- 13.:** generátoros billenőpont
- 16.:** szinkronpont
- 17.:** üresjárásipont
- 20.:** motoros billenőpont
- 27.:** rövidzárási pont

A villamos gép teljesítménye és hatásfoka 4 %-os szlip esetén

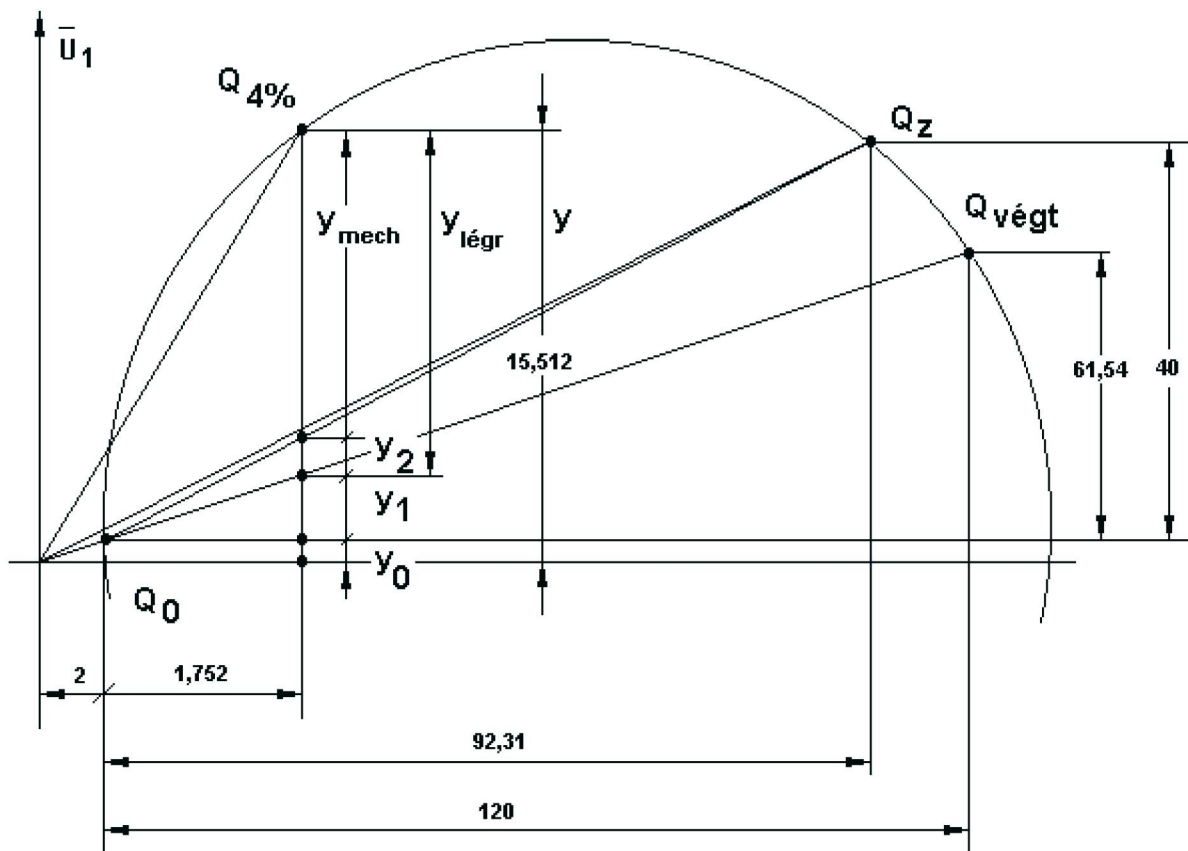
A számításokat Uray Vilmos: Erősáramú elektrotechnika című könyvének, Teljesítménymetszések című fejezete alapján végeztem (195-197.o.).

4 %-os szlip esetén a felvett áram:

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \bar{I}_0 + \frac{\bar{U}_1}{R_1 + \frac{R'_{s2}}{s} + j(X_{s1} + X'_{s2})} = \bar{I}_0 + \frac{400 \text{ V}}{1 \ \Omega + \frac{1 \ \Omega}{0,04} + j(1,5 \ \Omega + 1,5 \ \Omega)} = \bar{I}_0 + \frac{400}{26 + j3} = \\ &= \bar{I}_0 + \frac{400}{26 + j3} \cdot \frac{(26 - j3)}{(26 - j3)} = \bar{I}_0 + \frac{10400 - j1200}{26^2 + 3^2} = \bar{I}_0 + \frac{10400 - j1200}{685} = \mathbf{(15,512 - j3,752) \text{ A}} \end{aligned}$$

4 %-os szlip esetén a felvett áram nagysága: $I_1 = |\bar{I}_1| = \sqrt{15,512^2 + 3,752^2} = \mathbf{15,959 \text{ A}}$

4 %-os szlipnél a $\cos \varphi$ értéke: $\cos \varphi = \cos \left(90^\circ - \arctg \frac{15,512}{3,752} \right) = \cos 13,60^\circ = \mathbf{0,972}$



5. ábra rajz a teljesítménymetszések meghatározásához

a) a felvett teljesítmény:

$$P = 3 \cdot U_1 \cdot y = 3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot 400 \text{ V} \cdot 15,959 \cdot 0,972 = \mathbf{18615 \text{ W}}$$

b) az üresjárási teljesítmény:

$$(y_0 = I_{0RE} = 0,33 \text{ A})$$

$$P_0 = 3 \cdot U_1 \cdot y_0 = 3 \cdot U_1 \cdot I_{0RE} = 3 \cdot 400 \text{ V} \cdot 0,33 \text{ A} = \mathbf{400 \text{ W}}$$

Az állórész tekercsveszteség és a forgórész tekercsveszteség meghatározásához elkészítettem az 5. ábrát, amely **nem léptékhelyes**, a kapott eredmények aránytalansága miatt. Az ábrán feltüntettem a szinkronponthoz tartozó áramértéket, illetve a szinkronponthoz tartozó áramérték levonása után kapott áramértékeket. A rajz segítségével, a háromszög azonosságai alapján számítottam ki a különböző szükséges metszékeket. A számítások a következők:

$$y_2 + y_1 = \frac{61,54 \text{ A}}{92,31 \text{ A}} \cdot 1,752 \text{ A} = \mathbf{1,168 \text{ A}}, \quad y_1 = \frac{40 \text{ A}}{120 \text{ A}} \cdot 1,752 \text{ A} = \mathbf{0,584 \text{ A}},$$

$$y_2 = (y_2 + y_1) - y_1 = \mathbf{0,584 \text{ A}},$$

$$y_{\text{mech}} = y - y_0 - y_1 - y_2 = 15,512 \text{ A} - 0,33 \text{ A} - 0,584 \text{ A} - 0,584 \text{ A} = \mathbf{14,02 \text{ A}}$$

$$y_{\text{légr}} = y_{\text{mech}} + y_2 = 14,02 \text{ A} + 0,584 \text{ A} = \mathbf{14,60 \text{ A}}$$

c) az állórész tekercsveszteség:

$$P_{11} = 3 \cdot U_1 \cdot y_1 = 3 \cdot 400 \text{ V} \cdot 0,584 \text{ A} = \mathbf{700,8 \text{ W}}$$

d) az forgórész tekercsveszteség:

$$P_{12} = 3 \cdot U_1 \cdot y_2 = 3 \cdot 400 \text{ V} \cdot 0,584 \text{ A} = \mathbf{700,8 \text{ W}}$$

e) a mechanikai teljesítmény:

$$P_m = 3 \cdot U_1 \cdot y_{\text{mech}} = 3 \cdot 400 \text{ V} \cdot 14,02 \text{ A} = \mathbf{16824 \text{ W}}$$

f) a légrésteljesítmény:

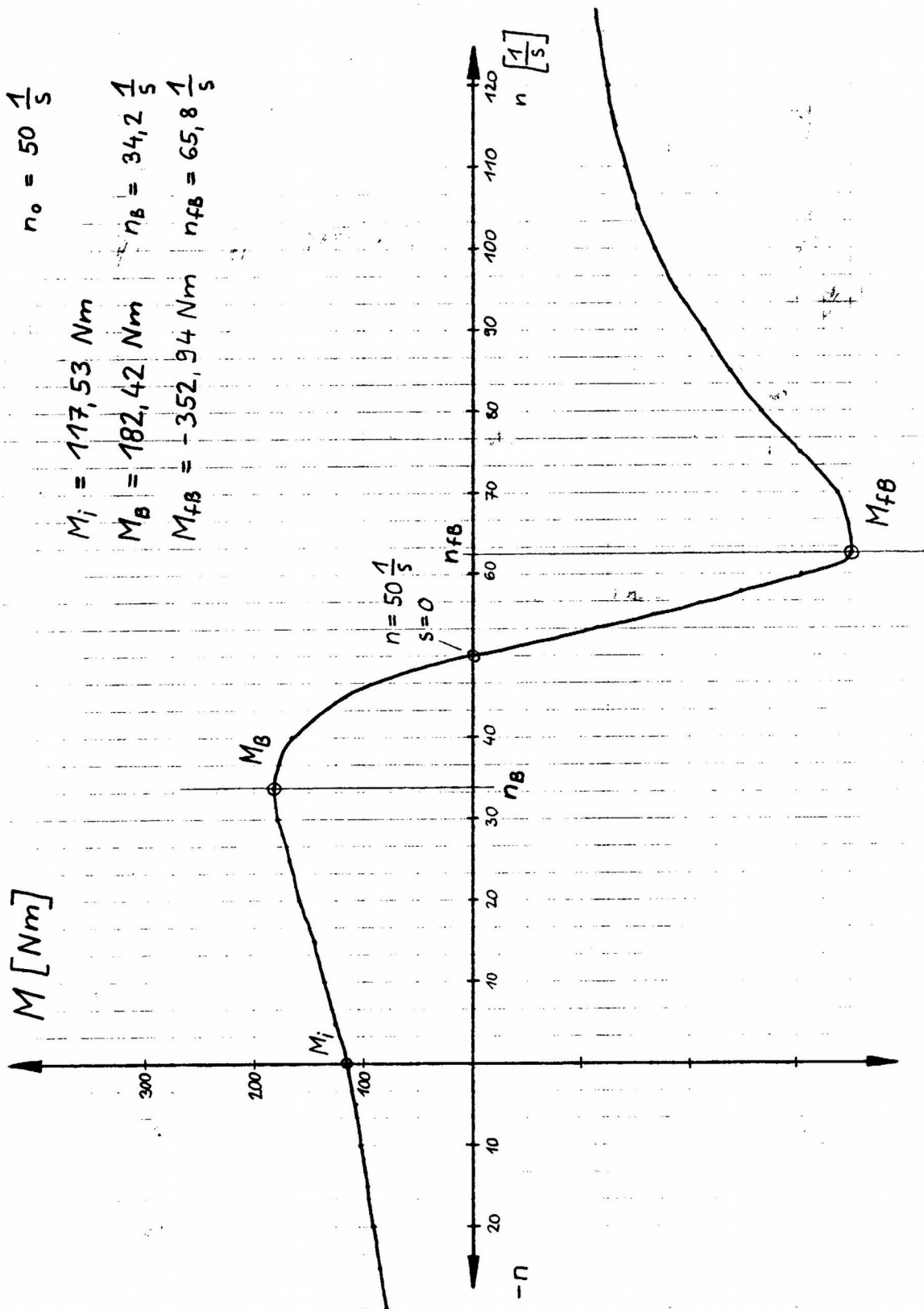
$$P_{\text{légr}} = 3 \cdot U_1 \cdot y_1 = 3 \cdot 400 \text{ V} \cdot 14,60 \text{ A} = \mathbf{17520 \text{ W}}$$

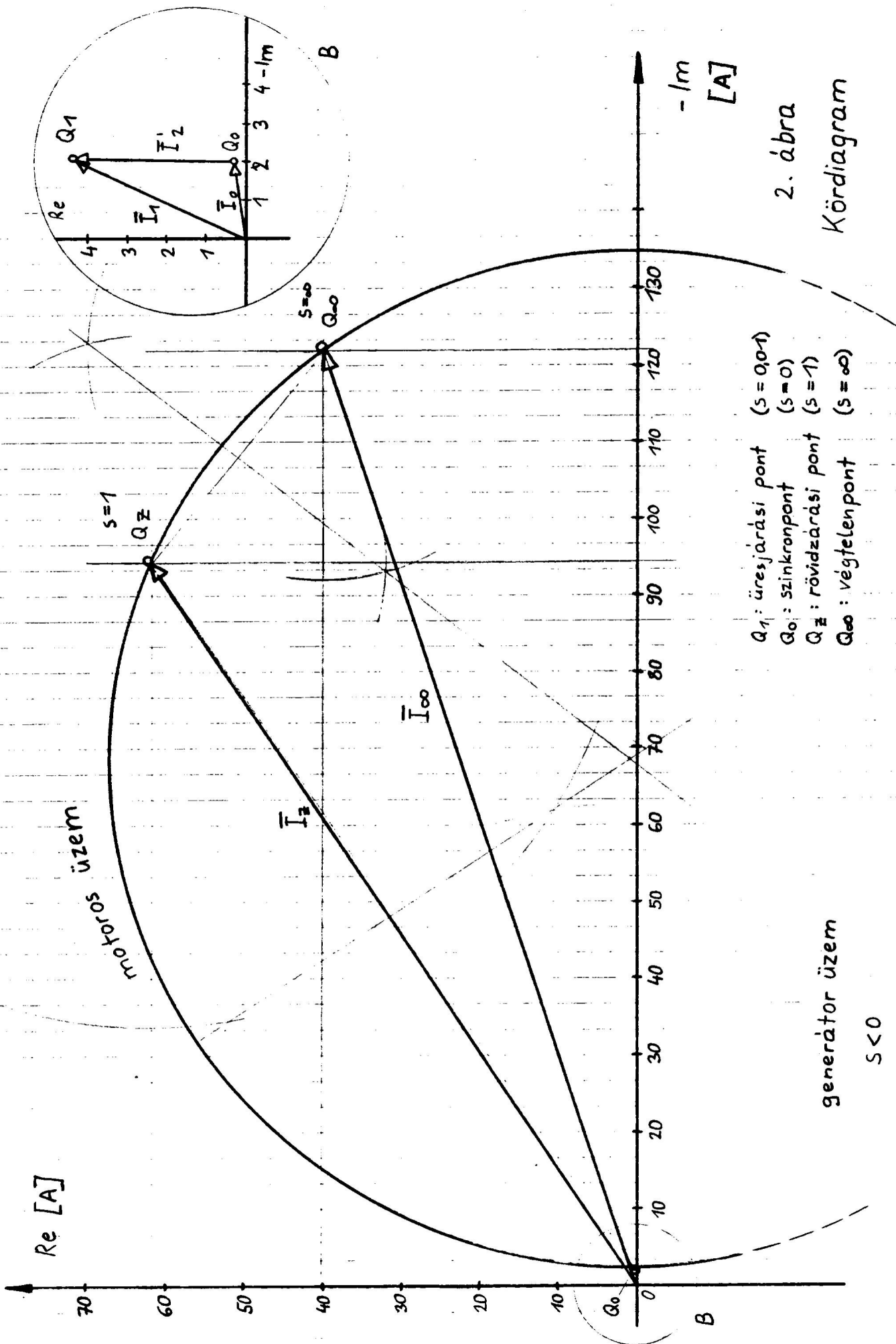
g) a hatásfok:

$$\eta = \frac{P_m}{P} = \frac{16824 \text{ W}}{18615 \text{ W}} = 0,904 = \mathbf{90,4 \%}$$

Felhasznált irodalom: Dr. Selmeczi Kálmán - Schnöller Antal: Villamosságtan II.
Uray Vilmos: Erősáramú elektrotechnika (MK, Budapest, 1972)

Mike Gábor





2. ábra
Kördiagram

