

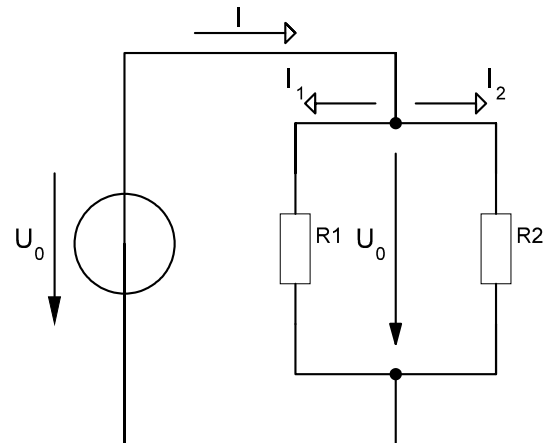
## KÉT ELLENÁLLÁSOS ÁRAMOSZTÓ

Az áramosztó egyenletének levezetése:

A két ellenállásos áramosztó lényegében két ellenállás párhuzamos kapcsolásával realizálható. Kirchhoff csomóponti törvénye alapján igazolható, hogy a két ellenállás áramának (mellékági áramok) összege azonos a főági áramerősséggel (a generátor árama):

$$I = I_1 + I_2$$

Mint ismeretes, a párhuzamos kapcsolat ismérve: KÖZÖS A FESZÜLTSG



**1. ábra** az áramosztó kapcsolási rajza

Az egyes mellékágak ellenállásai és a mellékági áramok ismeretében írjuk fel a kapocsfeszültségeket!

$$U_0 = R_1 \cdot I_1 \quad \text{és} \quad U_0 = R_2 \cdot I_2$$

Mivel a két ellenállás párhuzamosan van kapcsolva, a feszültségük közös, vagyis ugyanaz, így felírható, hogy

$$R_1 \cdot I_1 = R_2 \cdot I_2$$

A csomóponti törvény értelmében:  $I = I_1 + I_2$ . Ebből következik, hogy  $I_1 = I - I_2$ . Helyettesítsünk be  $I_1$  helyére:

$$R_1 \cdot (I - I_2) = R_2 \cdot I_2$$

$$R_1 \cdot I - R_1 \cdot I_2 = R_2 \cdot I_2 \quad /+ R_1 \cdot I_2$$

$$R_1 \cdot I = R_2 \cdot I_2 + R_1 \cdot I_2$$

Ebből következik:

$$R_1 \cdot I = (R_1 + R_2) \cdot I_2 \quad /: (R_1 + R_2)$$

Tehát az áramosztó egyenlete két ellenállás esetén:  $U_0 = R_1 \cdot I_1$

$$I_2 = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Szavakban: adott ellenállás (pl.:  $R_1$ ) ágáramát ( $I_1$ ) megkaphatjuk, ha a főági áramot ( $I$ ) megszorozzuk a másik ág ellenállásának ( $R_2$ ) és az egyes mellékágak ellenállásösszegének ( $R_1 + R_2$ ) hányadosával ( $\frac{R_1}{R_1 + R_2}$ ).

PÉLDA:

Legyen:  $U=10V$ ,  $R_1=2\Omega$  és  $R_2=4\Omega$ . Számítsuk ki a mellékági áramokat, valamint a főági áramerősséget! Igazoljuk a mellékági áramerősségek értékének helyességét az áramosztó egyenletével, a főági áramerősség, valamint az ellenállások értékének ismeretében!

Megoldás:

A mellékági áramok: 
$$I_1 = \frac{U_0}{R_1} = \frac{10V}{2\Omega} = 5A \quad \text{és} \quad I_2 = \frac{U_0}{R_2} = \frac{10V}{4\Omega} = 2,5A$$

A főági áramerősség: 
$$I = I_1 + I_2 = 5A + 2,5A = 7,5A$$

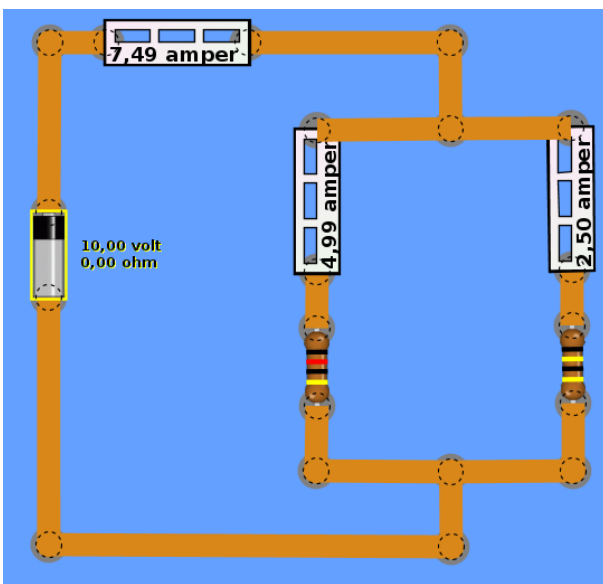
$I_1$  értékének igazolása: 
$$I_1 = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 7,5A \cdot \frac{4\Omega}{2\Omega + 4\Omega} = 7,5A \cdot \frac{2}{3} = 5A$$

$I_2$  értékének igazolása: 
$$I_2 = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 7,5A \cdot \frac{2\Omega}{2\Omega + 4\Omega} = 7,5A \cdot \frac{1}{3} = 2,5A$$

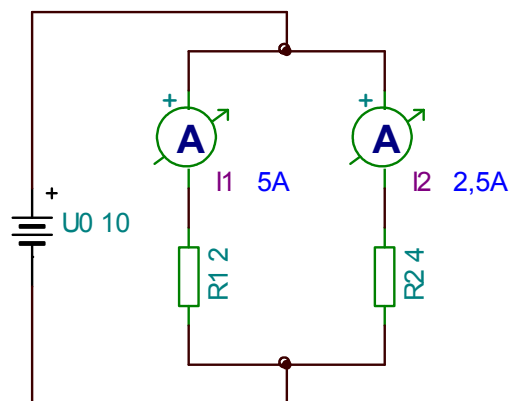
Megoldásunk igazolt, hiszen a kétféleképpen kiszámított ágáramok értéke azonos.

Az itt található szoftver segítségével készítse el az 2. ábra szerinti szimulációt, majd elemezze a kapott eredményt, vesse össze az előző feladat áramerősség-értékeivel! [http://phet.colorado.edu/sims/circuit-construction-kit/circuit-construction-kit-dc\\_en.jnlp](http://phet.colorado.edu/sims/circuit-construction-kit/circuit-construction-kit-dc_en.jnlp)

Ezután készítse el a TINA-TI nevű szoftverrel a 3. ábra szerinti szimulációt! Eme szimuláció segítségével is ellenőrizhetjük az áramerősség-értékeket!



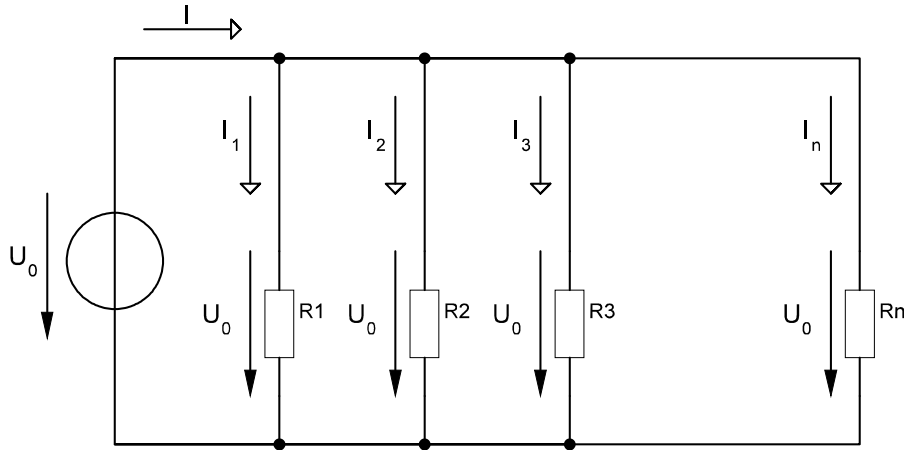
**2. ábra**



**3. ábra**

Természetesen (n) darab ellenállás esetén is meghatározható bármely ellenállás ágárama. A kapott összefüggés „barátságatlan” képet mutat.:

$$I_{\text{vizsgált}} = I \cdot \frac{\text{a többi ellenállás párhuzamos eredője}}{\text{a vizsgált ellenállás értéke} + \text{a többi ellenállás párhuzamos eredője}}$$



**3. ábra** több ellenállásból felépített áramosztó kapcsolási rajza

Mielőtt elkeserednénk, vezessük le az áramosztó egyenletét a vezetésekből! Kiinduló adatunk ugyanaz: párhuzamos kapcsolásúak az ellenállások, vagy közös a feszültségük.

$$U_0 = R_1 \cdot I_1 \quad \text{és} \quad U_0 = R_2 \cdot I_2$$

Ebből: 
$$U_0 = \frac{1}{G_1} \cdot I_1 = \frac{I_1}{G_1} \quad \text{és} \quad U_0 = \frac{1}{G_2} \cdot I_2 = \frac{I_2}{G_2}$$

Vagyis: 
$$\frac{I_1}{G_1} = \frac{I_2}{G_2} \quad \Rightarrow \quad \text{Az áramegyenletből:} \quad I_2 = I - I_1$$

$$\frac{I_1}{G_1} = \frac{(I - I_1)}{G_2} \quad / \cdot G_2 \text{ és } \cdot G_1$$

$$I_1 \cdot G_2 = (I - I_1) \cdot G_1 \quad \Rightarrow \quad I_1 \cdot G_2 = I \cdot G_1 - I_1 \cdot G_1 \quad / + I_1 \cdot G_1$$

$$I_1 \cdot G_2 + I_1 \cdot G_1 = I \cdot G_1 \quad \Rightarrow \quad I_1 \cdot (G_2 + G_1) = I \cdot G_1 \quad / \div (G_2 + G_1)$$

$$I_1 = I \cdot \frac{G_1}{G_2 + G_1}$$

Vegyük észre, hogy a  $G_2 + G_1$  kifejezés lényegében az áramosztó ellenállásainak eredő vezetése!

$$I_x = I \cdot \frac{G_x}{G_e}$$

Bármely ellenálláson folyó áramerősség kiszámítható úgy, hogy a főági áramerősséget megszorozzuk a vizsgált- és az eredő vezeték hányadosával. Ez a formula „n” db ellenállás esetén használható.

A kapott  $I_x = I \cdot \frac{G_x}{G_e}$  képletbe helyettesítsük vissza az ellenállásokat:  $I_x = I \cdot \frac{1}{\frac{R_x}{1/R_e}}$ , melyből a képletünk

a következő alakot mutatja:  $I_x = I \cdot \frac{R_e}{R_x}$  No, ez a képlet már szerethető!

Bármely ellenálláson folyó áramerősség kiszámítható úgy, hogy a főági áramerősséget megszorozzuk az eredő- és az vizsgált ellenállás hányadosával. Az eredő- és az vizsgált ellenállás hányadosa az osztásarány, melynek értéke megmutatja, hogy a főági áramnak hányad része jut az adott ellenállásra. Az így kapott képlet is tetszőleges számú ellenállás esetén használható.

PÉLDA:

Legyen:  $U = 10V$ ,  $R_1 = 2\Omega$ ,  $R_2 = 4\Omega$  és  $R_3 = 8\Omega$ . Számítsuk ki a mellékági áramokat, valamint a főági áramerősséget! Igazoljuk a mellékági áramerősségek értékének helyességét az áramosztó egyenletével, a főági áramerősség, valamint az ellenállások értékének ismeretében!

Megoldás:

A mellékági áramok:  $I_1 = \frac{U_0}{R_1} = \frac{10V}{2\Omega} = 5A$        $I_2 = \frac{U_0}{R_2} = \frac{10V}{4\Omega} = 2,5A$        $I_3 = \frac{U_0}{R_3} = \frac{10V}{8\Omega} = 1,25A$

A főági áramerősség:  $I = I_1 + I_2 + I_3 = 5A + 2,5A + 1,25A = 8,75A$

A mellékági áramerősségek igazolásához ki kell számítani az eredő ellenállást:

$$G_e = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{8\Omega} = \frac{4}{8}S + \frac{2}{8}S + \frac{1}{8}S = \frac{7}{8}S \quad \Rightarrow \quad R_e = \frac{1}{G_e} = \frac{8}{7}\Omega$$

Az áramok igazolása:

$$I_1 = I \cdot \frac{R_e}{R_1} = 8,75A \cdot \frac{\frac{8}{7}\Omega}{2\Omega} = 8,75A \cdot \frac{8}{14} = 8,75A \cdot \frac{4}{7} = \frac{35}{7}A = 5A \quad \text{az osztásarány: } \frac{4}{7}$$

$$I_2 = I \cdot \frac{R_e}{R_2} = 8,75A \cdot \frac{\frac{8}{7}\Omega}{4\Omega} = 8,75A \cdot \frac{8}{28} = 8,75A \cdot \frac{2}{7} = \frac{17,5}{7}A = 2,5A \quad \text{az osztásarány: } \frac{2}{7}$$

$$I_3 = I \cdot \frac{R_e}{R_3} = 8,75A \cdot \frac{\frac{8}{7}\Omega}{8\Omega} = 8,75A \cdot \frac{8}{56} = 8,75A \cdot \frac{1}{7} = \frac{8,75}{7}A = 1,25A \quad \text{az osztásarány: } \frac{1}{7}$$

Megoldásunk igazolt, hiszen a kétféleképpen kiszámított áramok értéke azonos.